

## ÜSTEL DAĞILIM İÇİN RASSAL DEĞİŞKENLİK ÜRETİMİ VE VBA UYGULAMASI

Elif ÇELİK<sup>1</sup>, H. Kemal SEZEN<sup>2</sup>

### ÖZET

Yöneticiler kararlara etki eden tüm koşulları ele almak ve olası karar seçeneklerinin beklenen sonuçlarını belirlemek durumundadır. Karar destek sistemleri bu durumlarda kullanılabilen ve yöneticilere doğru kararı belirleme imkanı sunan bir araçtır. Bir karar destek sistemi olarak bilgisayar tabanlı benzetim (simülasyon) çalışması, temelde bir sisteme ilişkin model üzerinde yapılan denemeler ile ilgilenmektedir. Burada model, değişik senaryoların olası etkilerini göstermek amacıyla denemelerin yapıldığı bir araç olarak kullanılmaktadır. Modelde en iyi sonuçları veren seçenekler gerçek sistemde uygulamaya konmak üzere göz önünde bulundurulur. Rassal değişkenlik üretimi bir sistemde ortaya çıkabilecek farklı davranışların, bilgisayar tabanlı model üzerindeki denemelerinin gerçekleştirilmesini sağlamaktadır.

Bu çalışmada benzetim uygulamalarının temelinde yer alan rassal sayı ve rassal değişkenlik üretiminin teorik boyutu ele alınacak, Üstel dağılım için rassal değişkenlik üretmeye ilişkin algoritma ve akış çizgeleri geliştirilecektir. Çalışmanın özgün boyutu rassal değişkenlik üretme konusunda geliştirilmiş olan algoritma için uygun en son yazılım teknolojisinin uygulanması yoluyla program kodları geliştirilmesidir.

**Anahtar Kelimeler:** Rassal Değişkenlik Üretimi, Üstel Dağılım, Ters Dönüşüm Yöntemi, VBA.

<sup>1</sup> Doktora Öğr., Uludağ Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü,  
celikelif@hotmail.com.tr

<sup>2</sup> Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü,  
kemal@uludag.edu.tr

## GENERATING RANDOM VARIATES FOR EXPONENTIAL DISTRIBUTION AND VBA APPLICATION

### ABSTRACT

*Managers need to evaluate all the conditions to influence decision and determine expected results of the possible decision options. Decision support system is a tool that can be used in these situations and it gives opportunities to managers to identify the right decision. As a decision support system computer simulation methods allow experimentation on a computer-based model of system. The model is built by describing the ways in which the system changes state and the rules that govern its dynamic behaviour. Once built, the model is used for experimentation, either interactive or classical or both. Generating random variates allows performing an experiment on the computer-based model.*

*In this study we have given theoretical information about random varieties and random number generators which are based of simulation software. Algorithm and flow chart of generated random variates for Exponential distribution has been developed. Unique aspects of the study is the development of program code by applying of the latest developed software technology to the algorithm for generating random variates.*

**Key Words:** Random Variate Generation, Exponential Distribution, Inverse Transform Method, VBA.

## GİRİŞ

Doğru ölçüm ve söz konusu ölçümün doğru bir değerlendirmesi daha iyi kaynak yönetimine olanak sağlamaktadır. Ölçüm ile elde edilen verilerin yorumlanması yönetim ve kontrol açısından büyük önem taşımaktadır. Mevcut durumun doğru analiz edilmesi yöneticiye ilerleyen zamanlardaki olası senaryoları tahmin etme olanağı tanımaktadır. Söz konusu senaryoların oluşturulmasında benzetim yöntemi tercih edilmektedir. Rassal değişkenlik üretimi benzetim uygulamasında farklı denemelerin yapılmasını sağlar. İstatistiksel hesaplama ve benzetim yöntemlerini kapsayan, karar destek sistem temelli bir araştırma alanı olarak kabul edilen rassal değişkenlik üretimi, rassal (tesadüfi) sayılara belirli dönüşüm yöntemlerinin uygulanması sonucu gerçekleştirilmektedir. 1920'li yıllardan bu yana farklı alanlarda kullanılan rassal sayılar, günümüzde birçok teknolojinin arka planında yer almaktadır. Bu çalışmada rassal sayıların, rassal değişkenlik üretimine uygulanması ile ilgilenilmektedir.

Çalışmanın amacı Üstel dağılımdan rassal değişkenlik üretmek için uygun dönüşüm yönteminin ortaya konulması, bu yöntemden yararlanılarak rassal değişkenlik üretme algoritmasının, akış çizgesinin oluşturulması ve günümüz yazılım teknolojilerinden olan VBA ile bilgisayar programının yazılmasıdır. Çalışmada Üstel dağılımın seçilmesinin nedeni, bu dağılımın ve özelliklerinin geniş kitlelerce bilinmesi ve gündelik uygulamalarda sık kullanılan olasılık dağılımlarından biri olmasıdır. Firmalarda Excel programının yaygın olarak kullanılması nedeniyle, başka bir programa ihtiyaç duyulmadan benzetim çalışmalarının gerçekleştirilmesini desteklemek adına, program kodları VBA (Visual Basic for Applications) için geliştirilmiştir.

## 1. RASSAL SAYILAR

Rassal sayı dizilerinin elde edilmesinde kullanılan en ilkel yöntemler loto çekilişi, zar atımı, desteden kart çekilmesi gibi yöntemlerdir. Bu yöntemler 20. yüzyıla kadar devam etmiş olup zamanla çalışmalarda daha fazla rassal sayıya ihtiyaç duyulmuştur. Bu nedenle rassal sayı tabloları geliştirilmiştir (Bennett, 1998: 131-135). Ancak rassal sayı tablolarının kullanımı oldukça zaman alan bir uygulamadır. Bu

nedenle kullanılacak olan rassal sayının uygulama anında üretildiği, önceden programlanması mümkün olan aritmetik yöntemler geliştirilmiştir. Günümüze kadar birçok rassal sayı üretici geliştirilmiştir ve rassal sayıların oldukça fazla uygulama alanı bulunmaktadır. Örneğin stokastik (olasılıklı) modeller için benzetim uygulamalarında, rassal örnekleme işlemlerinde, karar analizlerinde ve şans oyunlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca karmaşık problemlerin çözümü için nümerik analiz dalında, kriptografi alanında ve algoritmaların test edilmesi amacıyla bilgisayar programlama alanında tercih edilmektedir (Gentle, 2003: 1; Knuth, 1981: 1-2).

26

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

Bir rassal sayı dizisinde  $(U_1, U_2, \dots, U_n)$  bulunması gereken iki önemli istatistiksel özellik, Tekdüze (Düzdüzen) dağılıma uygunluk ve bağımsızlık özellikleridir. Her rassal sayı  $U_i$ , 0 ile 1 aralığında değer alan Tekdüze dağılımdan çekilen bağımsız bir örneklemdir (Banks vd., 2005: 251). Bu dağılım kısaca  $U(0, 1)$  biçiminde gösterilmektedir.

Rassal sayı dizilerini elde etmek için rassal sayı üreticileri (RSÜ) kullanılmaktadır. Rassal sayı üretici birbirinden bağımsız rassal sayıları oluşturmayı amaçlayan bir bilgisayar programıdır. Rassal sayıların elde edilme şekline göre farklılık gösteren RSÜ'ler, gerçek rassal sayı üretici (GRSÜ) (true random number generator) ve sözde rassal sayı üretici (SRSÜ) (pseudo random number generator) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Pidd, 2009: 216, 217; L'Ecuyer, 2002: 2).

### 1.1. Gerçek Rassal Sayı Üreteçleri

GRSÜ'ler rassal olduğu kabul edilen fiziksel olaylara (çevresel gürültü kaynakları, radyoaktivite vb.) dayanmaktadır. GRSÜ ile üretilen sayılar gerçek rassal sayı (GRS) olarak adlandırılmaktadır. GRSÜ'lerin birçok dezavantajı bulunmaktadır. Örneğin yükleme ve çalıştırma işlemlerinin elverişsiz olması, yavaş çalışmaları ve bu nedenle zaman kaybına yol açmaları bunlardan bazılarıdır. Ayrıca GRSÜ ile üretilen rassal sayı dizisinin aynısının tekrar elde edilememesi de GRSÜ'leri elverişsiz kılmaktadır. Tekrar elde etme işleminin benzetim uygulamalarında ve tasarlanmış olan programların verimliliğini kontrol etmede önemli bir rolü bulunmaktadır. Bunun yanı sıra GRSÜ'ler özel donanım ve/veya özel çevresel şartlar gerektirdiklerinden bu üreteçleri kullanmak pahalı bir yöntem olarak

görülmektedir. Ancak tüm zorluklarına rağmen GRSÜ'ler rassallığın önemli olduğu alanlarda tercih edilmektedir. Örneğin sözde rassal sayı üreticilerinin başlangıç değerinin belirlenmesinde ve kriptografi uygulamalarında GRSÜ'ler kullanılmaktadır (L'Ecuyer, 2012: 37).

## **1.2. Sözde Rassal Sayı Üreteçleri**

SRSÜ'ler deterministik algoritmalar kullanılarak rassal sayıların üretilmesinde kullanılmaktadır. Kullanılan programın deterministik olması farklı zamanlarda veya farklı bilgisayarlarda aynı rassal sayı dizisinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır (L'Ecuyer, 2002: 2). Ancak rassal sayı dizisinin tekrar elde edilebilir (yinelenebilir) olması, üretilecek olan bir sonraki sayının tahmin edilebilir olmasına yol açmaktadır. Bu nedenle SRSÜ ile üretilen rassal sayıların gerçek rassallığa tam olarak ulaşamadığı düşünülmektedir. Dolayısıyla bu sayılar sözde rassal sayı (SRS) olarak adlandırılmaktadır (Pidd, 2009: 217).

Rassal sayılar üretilirken aşağıda belirtilen koşullar da göz önünde bulundurulmalıdır (Banks vd. 2005: 253):

Üretim yöntemi hızlı olmalıdır. Genellikle uygulamalarda çok sayıda rassal sayıya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle RSÜ'nün hızlı maliyet açısından göz önünde bulundurulması gereken bir faktördür.

Üretilen rassal sayılar yinelenebilir (yeniden üretilebilir) olmalıdır. Başlangıç koşulları bilindiğinde istenilen rassal sayı dizisinin elde edilmesi, süreçlerde hataları tespit edebilmek ve/veya farklı sistemleri kıyaslamak için kullanışlı olmaktadır.

Kullanılan üretim yöntemi farklı bilgisayarlara ve farklı program dillerine aktarılabilir (taşınabilir) olmalıdır.

Üretilen rassal sayı dizisi yeterince uzun bir periyoda sahip olmalıdır. Başka bir deyişle üretilen rassal sayı dizisinin döngüye girmeden önceki eleman sayısı yeterli çoklukta olmalıdır.

Yaygın olarak kullanılan SRSÜ'lerden bir tanesi doğrusal uyumlu üreteçlerdir. Doğrusal uyumlu üreteçler (DUÜ) ilk olarak D. H. Lehmer tarafından 1949 yılında öne sürülmüştür. Bu üreteçlerin

temeli modüler aritmetik işlemine dayanmaktadır. DUÜ'lerin genel formu şu şekildedir (Knuth, 1981: 9):

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m, \quad n \geq 0 \quad (1)$$

Burada bulunan  $m$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $X_0$  değişkenleri tamsayı değerler almaktadır.  $m$ , modül değeridir ve değer aralığı  $m > 0$  biçimindedir.  $a$ , çarpan olarak adlandırılır.  $0 \leq a < m$  aralığında değerler alır.  $c$ , artış değeridir ve değer aralığı  $0 \leq c < m$  şeklindedir.  $0 \leq X_0 < m$  aralığında değerler alan  $X_0$ , başlangıç değeri olarak adlandırılır. Bu şekilde elde edilen rassal sayı dizisine "doğrusal uyumlu dizi" adı verilmektedir.

28

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

DUÜ'ler  $c$  değişkeninin aldığı değere göre sınıflandırılmaktadır. Denklemden  $c$  değeri sıfıra eşit olduğunda ( $c = 0$ ) üretece "çarpımsal uyumlu üreteç" adı verilmektedir.  $c$  değerinin sıfırdan farklı olduğu durumlarda ( $c \neq 0$ ) üreteç "karma uyumlu üreteç" olarak adlandırılmaktadır (Knuth, 1981: 10). DUÜ dışındaki üreteç türlerine örnek vermek gerekirse bir tanesi Knuth tarafından önerilmiş olan karesel (quadratic) uyumlu üreteçtir. Bunun yanı sıra Fibonacci üretici, Tausworthe üreteçleri gibi çeşitli üreteçler de SRS üreteçlerindedir (Law, Kelton, 2000: 416).

Buradaki  $a$ ,  $c$ ,  $m$  değerleri üreticinin kalitesini belirlemektedir. Birçok programlama dili, bu değerlerin seçimine bağlı olarak özelleştirilmiş DUÜ'leri kullanmaktadır (Öztürk ve Özbek, 2004: 135). Bu şekilde özelleştirilen ve yaygın olarak kullanılan üreteçlerin örnekleri aşağıdaki tabloda aktarılmıştır.

**Tablo 1.** Kullanılan DUÜ Örnekleri

İsim	$a$	$c$	$m$	Periyod	Öneren Kişi/ Kurum
LGM	16807	0	$2^{31}-1$	$2^{31}-2$	Lewis, Goodman ve Miller
PRB	630360016	0	$2^{31}-1$	$2^{31}-2$	Payne, Rabung ve Bogyo
Marsg	69069	1	$2^{32}$	$2^{32}$	Marsaglia, VAX
Los Alamos	$5^{19}$	0	$2^{48}$	$2^{46}$	Beyer
Atari ST	3141592621	1	$2^{32}$	$2^{32}$	OS ROM
rand	1103515245	12345	$2^{31}$	$2^{31}$	Unix
drand48	25214903917	11	$2^{48}$	$2^{48}$	Unix

**Kaynak:** Ripley (1990: 154)

Tablo 1’de de görüldüğü üzere çoğu programlama dili özelleştirilmiş RSÜ’leri kullanmaktadır. Bu üreteçler, kullanılan programlama dilinin kendine özgüdür ve hangi yöntemin kullanıldığı konusunda genellikle fazla ayrıntı verilmemektedir. Dolayısıyla yaygın olmayan bir programlama dili kullanıldığında ve/veya üretilen rassal sayıların rassallığından şüphe duyulduğunda RSÜ’lerin test edilmesi gerekmektedir.

### **1.3. Üretilen Rassal Sayıların Test Edilmesi**

Üretilen rassal sayı dizisinde olması gereken özellikler Tekdüze dağılıma uygunluk ve bağımsızlıktır (Banks vd., 2005: 251). Bu özelliklerden herhangi birinin var olmaması, tekdüzeliğin veya bağımsızlığın bozulması anlamına gelmektedir. Bu ise rassallığın sağlanamaması demektir.

Üreteçlerin tamamen güvenilir olması mümkün değildir. Güvenilirliği kanıtlanmış olan üreteçler bile başarısız olabilmektedir. Bu nedenle üretilen rassal sayılara bir takım testler uygulanmaktadır. Bu testler de üreticinin tamamen güvenilir olduğunu garanti edememekte ancak rassal sayı dizisinde istenilen özelliklerin bulunup bulunmadığını kontrol etmek için kullanılmaktadır (Hellekalek, 1997: 6). Söz konusu testler, ampirik (deneysel) testler ve teorik testler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İki test arasındaki farka kısaca değinilecek olursa ampirik testler, bilinen istatistiksel testlerden oluşmaktadır. Bu testler üretilmiş olan gerçek sayı dizilerine uygulanmaktadır. Söz konusu testler arasında Ki-Kare uygunluk testi, Kolmogorov-Smirnov testi, otokorelasyon testi ve diziler testi yer almaktadır. Teorik testler ise uygulanırken gerçek sayı dizisi üretilmeksizin, parametre seçimlerinin incelendiği testlerdir (Law, Kelton, 2000: 418).

Burada aktarılmış olan  $U(0, 1)$  dağılımına uyan rassal sayılar, “tekdüze rassal sayılar” (uniform random numbers) olarak da adlandırılmaktadır (Niederreiter, 1992: 162).  $U(0, 1)$  dağılımından rassal sayıların üretilmesi durumunda, elde edilen rassal sayılara belirli dönüşüm işlemi uygulanarak diğer dağılımlardan (Normal, Gamma, Binom vb.) rassal değişkenlik üretmek mümkün olmaktadır.

## 2. RASSAL DEĞİŞKENLİK ÜRETİMİ

Tekdüze dağılımdan farklı bir dağılıma sahip olan rassal sayılara “rassal değişkenlik” (random variates) veya “tekdüze olmayan rassal sayılar” (nonuniform random numbers) adı verilmektedir (Niederreiter, 1992: 164). Rassal değişkenlik üretme işlemi genellikle iki adımda gerçekleştirilmektedir. İlk adımda  $U(0, 1)$  dağılımına uyan birbirinden bağımsız rassal sayılar üretilmektedir. Daha sonra bu rassal sayılara belirli dönüşüm işlemleri uygulanarak istenilen dağılımdan rassal değişkenlik elde edilmektedir (L'Ecuyer, 2012: 35).

30

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

Rassal değişkenlik üretimi matematik, istatistik ve bilgisayar bilimleri alanlarını kapsayan bir işlemdir. Başlıca kullanım alanını ise benzetim çalışmaları oluşturmaktadır. Rassal değişkenlik üretme yöntemleri uygulanırken güvenilir bir RSÜ ile tekdüze rassal sayıların elde edildiği varsayılmaktadır. Ayrıca kullanılan bilgisayarın gerçek sayıları depolayabildiği ve işleyebildiği öngörülmektedir (Devroye, 1986: 1). Söz konusu dönüşüm işlemleri için belirli algoritmalar kullanılmaktadır. Algoritma seçiminde hız, kesinlik, depolama gereksinimleri ve kodun karmaşıklığı gibi etkenler göz önünde bulundurulmaktadır (Gentle, 2003: 101). Rassal değişkenlik üretiminde kullanılan yöntemler dört ana grup altında sınıflandırılmaktadır. Bunlardan ilk üç tanesi ters dönüşüm yöntemi, kabul-red yöntemi ve bileşim yöntemidir. Dördüncü grup ise dağılımların özel durumlarında kullanılan algoritmaları içermektedir (Hörmann vd., 2004: 3-13).

Bu çalışmada yalnızca ters dönüşüm yöntemi aktarılacaktır. Uygulama kısmında ise söz konusu yöntemin uygulanabildiği bir dağılım seçilecektir. Ters dönüşüm yönteminin tercih edilmesinin sebebi bu yöntemin kolay uygulanabilir olması ve uygun şartlar sağlandığında ilk tercih edilen yöntem olmasıdır.

### 2.1. Ters Dönüşüm Yöntemi

Bu yöntem sürekli ve kesikli dağılımlarda farklı şekillerde uygulanmaktadır. İlk olarak sürekli dağılımlardaki uygulamasından söz edilecektir. Rassal değişkenlerin belirli bir aralıkta değer alması söz konusu olduğunda sürekli rassal değişkenler ile çalışılmaktadır.



$X$  sürekli rassal değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu şu şekildedir:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (2)$$

Burada  $f(t)$  olasılık yoğunluk fonksiyonunun  $t$ 'deki değerini ifade etmektedir ve  $-\infty < x < \infty$  aralığı tanımlıdır.

Sürekli dağılımlarda ters dönüşüm yönteminde  $F(x)$  sürekli birikimli dağılım fonksiyonu ve  $U; U(0, 1)$  dağılımından üretilen rassal sayıyı ifade etmek üzere  $X$  rassal değişkenini üretmek için kullanılan eşitlik şu şekildedir:

$$X = F^{-1}(U) \quad (3)$$

Dönüşüm işlemi sonucunda elde edilen  $F^{-1}(U)$  rassal değişkeni  $F$  birikimli dağılım fonksiyonuna sahiptir. Bunun yanı sıra  $X$  rassal değişkeni  $F$  birikimli dağılım fonksiyonuna sahip olduğunda  $F(X)$  Tekdüze dağılım göstermektedir. "inf" gösterimi en büyük alt sınırı ifade etmek üzere, burada görülen  $F$  fonksiyonunun tersi ( $F^{-1}$ ) şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$F^{-1}(u) = \inf\{x \mid F(x) \geq u\} , \quad 0 < u < 1 \quad (4)$$

$F$  birikimli dağılım fonksiyonunun tersinin kapalı bir formu bilindiği takdirde bu yöntem kolay uygulanabilen ve hızlı bir yöntemdir. Bu tür tersinin kapalı bir formu bilinen dağılımlara örnek olarak Üstel, Weibull, Cauchy vb. dağılımlar verilebilir. (Hörmann vd., 2004: 14-15).  $F^{-1}$  fonksiyonunun bilinmediği durumlarda ise bir takım nümerik işlemler uygulanarak birikimli dağılımın ters fonksiyonu hesaplanabilmektedir.

Sürekli dağılımlarda ters dönüşüm yönteminin uygulanması için izlenecek adımlar şu şekildedir (Hörmann vd., 2004: 14):

Algoritma

1.  $U(0, 1)$  dağılımından  $U$  üretilir.
2.  $X = F^{-1}(U)$  hesaplanır ve  $X$  değeri döndürülür.

Söz konusu yöntem  $X$  rassal değişkeni kesikli olduğunda farklı şekilde uygulanmaktadır. Burada birikimli dağılım fonksiyonu

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \quad (5)$$

32

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

biçiminde ifade edilmektedir. Buradaki  $p(x_i)$  olasılık fonksiyonu

$$p(x_i) = P(X = x_i) \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bunun yanı sıra  $X$  sadece  $x_1 < x_2 < \dots$  kuralına uyan  $x_1, x_2, \dots$  değerlerini alabilmektedir.

Rassal değişkenin kesikli olduğu durumda uygulanacak ters dönüşüm yönteminin adımları şu şekildedir (Law, Kelton, 2000: 444):

Algoritma

1.  $U(0, 1)$  dağılımından  $U$  üretilir.
2.  $U \leq F(x_i)$  şartını sağlayan en küçük pozitif  $i$  tamsayısı belirlenir.
3.  $X = x_i$  değeri alınır ve döndürülür.

Ters dönüşüm yönteminin uygulaması, uygulamalarda sık kullanılan sürekli dağılımlardan biri olan Üstel dağılım için gerçekleştirilecektir.

## 2.2. Ters Dönüşüm Yönteminin Üstel Dağılıma Uygulanması

Üstel dağılım özellikle bekleme hattı modellerinde (kuyruk kuramında) sıkça kullanılan sürekli bir dağılımdır (Gürsaka, 2008: 557). Bunun yanı sıra ters dönüşüm yönteminin kolaylıkla

uygulanabildiği dağılımlar arasındadır. Bu nedenle çalışmanın uygulaması bu dağılım üzerinden yapılacaktır.

Üstel dağılımın parametresi  $\lambda > 0$  olmak üzere olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & d. d. \end{cases} \quad (7)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Birikimli dağılım fonksiyonu ise şu şekildedir (Aytaç, 2004: 302-303):

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 1, & x \rightarrow \infty \end{cases} \quad (8)$$

Üstel( $\lambda$ ) dağılımlı  $X$  rassal değişkeni üretilirken ters dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır.  $u = F(x)$  denkleminde  $x$ 'in elde edilmesi sonucu oluşan ters fonksiyon şu şekildedir:

$$x = F^{-1}(u) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u) \quad (9)$$

Dönüşüm işlemi uygulanırken bu denklemdeki  $1 - U$  değeri yerine  $U$  değeri kullanılabilir. Bu yerine koyma işleminin programlama esnasında verimliliğe katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca  $1 - U$  ve  $U$  değerleri aynı  $U(0, 1)$  dağılımına sahip olduğundan bu işlemde bir sakınca görülmemektedir (Law, Kelton, 2000: 440). Üstel( $\lambda$ ) dağılımdan ters dönüşüm yöntemi ile rassal değişkenlik üretme işleminin adımları (algoritması) aşağıda verilmiştir (Devroye, 1986: 28-29).

#### Algoritma

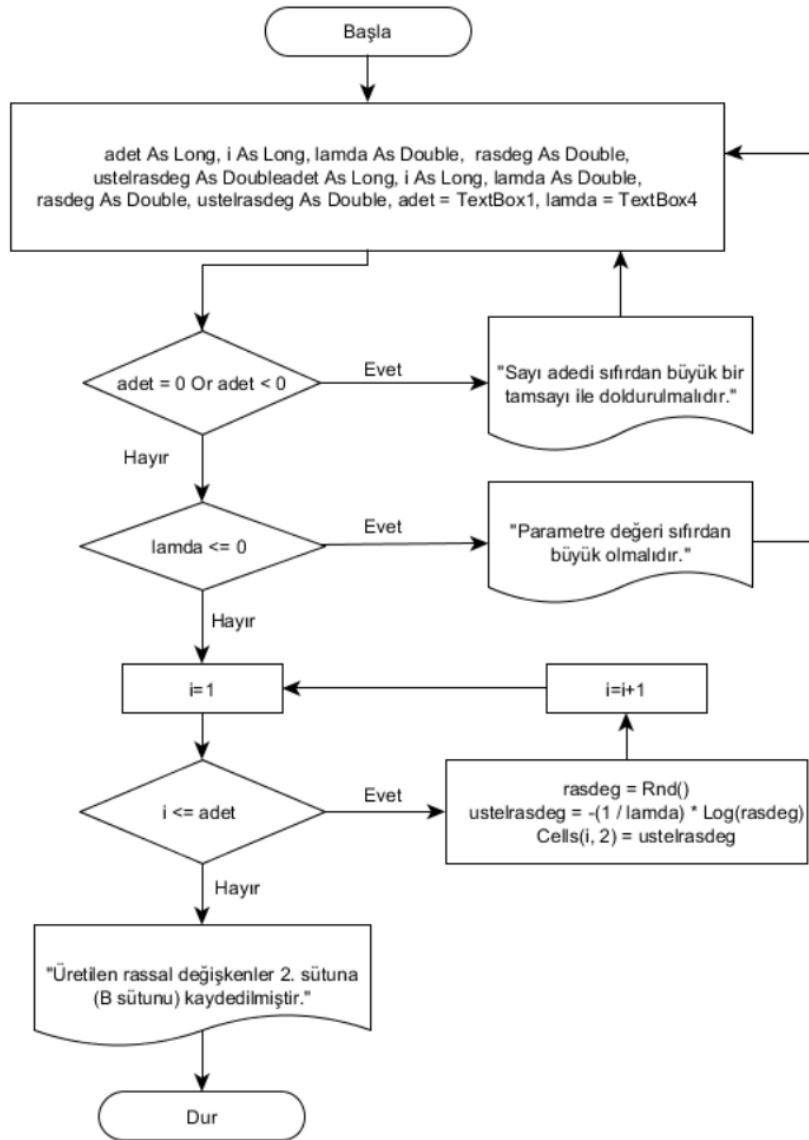
1.  $U(0, 1)$  dağılımından  $U$  üretilir.
2.  $X = -\frac{1}{\lambda} \ln(U)$  değeri döndürülür.

Üstel dağılıma ilişkin geliştirilen akış çizelgesi Şekil 1'de görülmektedir.

Şekil 1. Üstel Dağılıma İlişkin Oluşturulan Akış Çizelgesi

34

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017



## Üstel Dağılım İçin Rassal Değişkenlik Üretimi ve VBA Uygulaması

Üstel dağılım için geliştirilen VBA program kodları aşağıda aktarılmıştır.

```
Sub usteldag()
```

```
Dim adet As Long, i As Long, lamda As Double, rasdeg As Double, _  
ustelrasdeg As Double
```

```
adet = TextBox1
```

```
If adet = 0 Or adet < 0 Then _
```

```
adet = MsgBox("Sayı adedi sıfırdan büyük bir tamsayı ile  
doldurulmalıdır.", _
```

```
vbOKOnly, "Rassal Değişken Adedi")
```

```
If adet = vbOK Then Exit Sub
```

```
lamda = TextBox4
```

```
'parametre değerinin pozitif değer alması kontrol edilir
```

```
If lamda <= 0 Then _
```

```
adet = MsgBox("Parametre değeri sıfırdan büyük olmalıdır.", _  
vbOKOnly, "Üstel Dağılım")
```

```
If adet = vbOK Then Exit Sub
```

```
Columns(2).ClearContents
```

```
For i = 1 To adet
```

```
    rasdeg = Rnd()
```

```
    ustelrasdeg = -(1 / lamda) * Log(rasdeg)
```

```
    Cells(i, 2) = ustelrasdeg
```

```
Next i
```

```
'bilgilendirme mesajı
```

```
MsgBox _
```

```
"Üretilen rassal değişkenler 2. sütuna (B sütunu) kaydedilmiştir.", _
```

```
vbOKOnly, "Üstel Dağılım"
```

```
End Sub
```

35

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

## **UYGULAMA ve SONUÇ**

Geliştirilen VBA uygulaması çalıştırılıp Üstel dağılıma uygun değişken değerleri elde edilmiştir. VBA programında rassal sayı üretici olarak Excel'deki "RND" işlevi kullanılmıştır. Kullanıcılar uygulamayı, karar destek sistem uygulamalarında bir Excel eklentisi şeklinde ya da kod haliyle kendi Excel uygulamaları içinde çalıştırabilirler. Diğer sürekli ve kesikli dağılımlar için de aynı uygulama gerçekleştirilmiş olduğundan mevcut program kodları, yönetim karar destek sistemi olarak işlev görecektir benzetim yazılımlarının geliştirilmesinde kullanıma hazırdır.

36

## KAYNAKÇA

- Aytaç, Mustafa (2004), *Matematiksel İstatistik*, Ezgi Kitabevi, Bursa
- Banks J., Carson J. S., Nelson B. L., Nicol D.M. (2005), *Discrete-Event System Simulation*, Pearson Prentice Hall, NJ
- Bennett, Deborah J. (1998), *Randomness*, Harvard University Press, Cambridge
- Devroye, Luc (1986), *Non-Uniform Random Variate Generation*, Springer-Verlag, New York
- Gentle, James E. (2003), *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Springer, New York
- Gürsakal, Necmi (2008), *Betimsel İstatistik*, Dora Yayın Dağıtım Ltd. Şti., Bursa
- Hellekalek, Peter (1997), "A Note on Pseudorandom Number Generators", *Simulation Practice and Theory*, Vol. 5, 6-8
- Hörmann W., Leydold J., Derflinger G. (2004), *Automatic Nonuniform Random Variate Generation*, Springer, Berlin
- Knuth, Donald E. (1981), *The Art of Computer Programming Volume 2: Seminumerical Algorithms*, Addison-Wesley, Mass
- Law A. M., Kelton W. D. (2000), *Simulation Modeling and Analysis*, McGraw Hill, Boston
- L'Ecuyer, P. (2002), "Random Numbers", *The International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences*, N. J. Smelser, P. B. Baltes (Eds.), Pergamon, Oxford
- L'Ecuyer, P. (2012), "Random Number Generation", *Handbook of Computational Statistics: Concepts and Methods*, J. E. Gentle, W. Härdle, Y. Mori (Eds.), Chapter 3, Springer-Verlag, Berlin
- Niederreiter, Harald (1992), "Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods", *NSF-CBMS Regional Conference on Random Number Generation*, Vol. 63, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics

Öztürk F. ve Özbek L. (2004), *Matematiksel Modelleme ve Simülasyon*, Gazi Kitapevi, Ankara

Pidd, Michael (2009), *Yöneylem Araştırmasında Benzetim*, Çev. Kemal Sezen, Murat Günal, Ekin Yayınevi, Bursa

Ripley, B. D. (1990), "Thoughts on Pseudorandom Number Generators", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 31, 153-163

Sezen, H. Kemal (2007), "Yöneticilerin Karar Verme Sürecine Yardımcı Bir Araç Olarak Benzetim Tekniği Ve Kullanımını Kısıtlayan Etkenler", *Ekonometri-İstatistik Sempozyumu*, Malatya

38

İİBF Dergi  
36/2  
Aralık  
December  
2017

Sezen, H. Kemal (2012), *Excel 2010 ve VBA Kullanım ve Programlama*, Sentez Yayınevi, Bursa