Uludağ Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi
Cilt XXV, Sayı 2, 2006, s. 41-70

ÜÇ BOYUTLU ÇAPRAZ TABLOLARDA LOGARİTMİK DOĞRUSAL ANALİZ: ÇOCUK İŞGÜCÜ DEĞİŞKENLERİ ARASINDAKİ ETKİLEŞİMLER

Serpil BÜLBÜL[*]

Özet

Kategorik verilerde istatistiksel yöntemlerin kullanımı özellikle sosyal bilimlere ilişkin uygulamalarda oldukça artmıştır. Ki-kare testi, kategorik değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemek için kullanılan istatistiksel bir testtir. Ancak sadece değişkenler arasındaki bağımsızlığı test ettiği için ikiden fazla değişken olması durumunda yeterli değildir.

Ki-kare testinden farklı olarak, logaritmik doğrusal analiz bir bağımlı değişken üzerinde birden fazla bağımsız değişkenin etkilerini analiz edebilme ve sadece ana etkileri değil ayrıca etkileşim etkilerini de tahmin edebilme yeteneğindedir.

Bu çalışmada Türkiye İstatistik Kurumu 2006 yılı IV. Dönem Hanehalkı İşgücü Anketi ile birlikte uygulanan Çocuk İşgücü Anketi sonuçları kullanılmıştır. Sonuçlar üç boyutlu çapraz tablo şeklinde düzenlenmiş ve logaritmik doğrusal analiz ile incelenmiştir.

Bu makalede, iki kategorili (kadın/erkek) cinsiyet, dört kategorili (tarım/sanayi/ticaret/hizmet) ekonomik faaliyet kolu ve iki kategorili (kent/kır)coğrafik bölge olmak üzere üç kategorik değişken arasındaki etkileşimler incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Kontenjans Tabloları, Çok yönlü frekans tabloları, Logaritmik Doğrusal Modeller, Hiyerarşik Logaritmik Doğrusal Modeller.*

[*] *Yrd.Doç.Dr., Marmara Üniversitesi, Bankacılık ve Sigortacılık Yüksekokulu, Sigortacılık Bölümü, Göztepe/İST e-posta: serpilbulbul@marmara.edu.tr*

Abstract

The use of statistical methods for categorical data has increased dramatically, particularly for applications in the social sciences. Chi-square test is a statistical test used to examine relationship between categorical variables. However it is insufficient when the variables is more than two because it only tests the independence of the variables.

Unlike the chi-square test, loglinear analysis is capable of analysing the effects of more than one independent variable on a dependent variable and of estimating not only main effects but also interaction effects.

In this study,the results of the Child Labour Survey were used, which was applied together with TURKSAT 2006 IV. Term Household Labour Force Survey. The results are formed on the three dimensional crosswise table and are examined with the loglinear analysis. In this paper, the associations were examined between three categorical variables; sex with two categories (female/male), branch of economic activity with four categories (agriculture/industry/trade/services) and geographical area with two categories (urban/rural).

Key Words: *Contingency Tables, Multi-way Frequency Tables, Log-Linear Models, Hierarchical Log Linear Models*

1.GİRİŞ

Çok yönlü frekans analizi, iki veya daha fazla kategoriye sahip üç ya da daha fazla kesikli bağımsız değişken arasındaki ilişkilerin incelenmesinde kullanılan parametrik olmayan bir yöntemdir (O'Leary vd., http://psych.sci.usq.edu.au/Teaching/Honours/Documents/MFA.pdf). 1950'lerin ortalarının sonuna kadar, çok yönlü frekans tabloları (çapraz sınıflandırma tabloları / kontenjans tabloları) nın analizine ilişkin çalışmaların hemen hemen hepsi sadece iki yönlü tablolarda bağımsızlık hipotezinin ki-kare değerleri ile test edilmesi şeklinde olmuştur. İkiden fazla değişkenle çalışıldığında araştırmacılar önce iki yönlü tablolar için ki-kare değerlerini hesaplamış ve değişkenler arasında birlikteliğin ve/veya etkileşimlerin olması halinde, onları belirlemek amacıyla söz konusu değişkenlerden tekrar çoklu alt tablolar düzenlemişlerdir (Jeansonne, http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20Models.pdf) Bu konudaki çalışmalar üç yönlü frekans tablolarının yapısına ve analizine ilişkin 1956'da yayınlanan iki önemli makale (S.N. Roy, M.Kastenbaum ve S.K.Mitra) ile farklı bir boyut kazanmıştır. 1970'lerde ise çapraz sınıflandırılmış verilerin analizi, L.A.Goodman'ın logaritmik doğrusal modellere ilişkin makalesinin yayınlanmasıyla ve diğer çalışmalarla (Bishop, Finberg ve Holland, 1975; Haberman, 1975; Knoke ve Burke, 1980; L.A. Goodman, 1981) önemli bir şekilde değişmiştir (McCutcheon, 2002:626-629). Bu makalelerde yer alan önemli sonuçlar, grafiksel ve logaritmik doğrusal modellemeye ilişkin son gelişmeler ve aralarındaki ilişkiler, son olarak 2007 yılında yayınlanan bir makalede de (Agresti ve Gottard, 2007) tartışılmıştır.

Günümüzde çapraz sınıflandırılmış verilerin analizine ilişkin çok çeşitli yöntemler ortaya konulmuş olup sıkça kullanılan yöntemlerden birisi logaritmik doğrusal (log-doğrusal) analizdir. İki yönlü tabloların analizinde genellikle ki-kare testi kullanılmakla beraber bu test çok yönlü tablolara ilişkin ikili, üçlü, çoklu etkileşimlerin ve birlikte değişimlerin analizinde yetersiz kalmaktadır. Logaritmik doğrusal modeller iki kategorik değişken arasındaki ilişkinin analizinde de kullanılabilmesine rağmen genellikle üç ya da daha fazla değişken içeren çok yönlü frekans tablolarının değerlendirilmesinde söz konusudur. Bu modeller iki ya da daha fazla kategorik değişken arasındaki koşullu ilişkinin analiz edilebilmesi amacıyla geliştirilmiştir (Garson, 2007: http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm,). Logaritmik doğrusal analiz tekniklerinin kullanılmasının iki önemli yararı vardır: İlki karmaşık yapılı çok boyutlu tabloların analizine sistematik bir yaklaşım getirmesi, diğeri ise ilgilenilen etkilerin büyüklüğünün tahmin edilmesine ve buna bağlı olarak incelenecek farklı etkilerin göreli öneminin belirlenmesine olanak sağlamasıdır (http://www.richmond.edu/~pli/psy538/loglin02/definition.html).

Boyut sayısının artması logaritmik doğrusal modellerin gösteriminde ve çözümlenmesinde zorluklara neden olmaktadır. King ve Brooks (2001:712-722) tarafından gösterimdeki bu problemlerin aşılabilmesi amacıyla sınırsız boyut gösterimleri kullanılmıştır. Demirhan ve Hamurkaroğlu tarafından yapılan bir çalışmada da logaritmik doğrusal modeller için kullanılan yeni gösterimler tanıtılmış ve söz konusu modeller için yeterli istatistiklerin elde edilişine ilişkin Bishop vd. (1975:68) tarafından verilen genel yöntem bu gösterimler kullanılarak yeniden ifade edilmiştir (Demirhan, Haydar ve Canan Hamurkaroğlu, 2005: 1-11).

2. LOGARİTMİK DOĞRUSAL MODELLER

Logaritmik doğrusal analiz, çapraz tablolardaki hücre frekanslarının doğal logaritmaları alınarak iki ya da daha fazla kesikli kategorik değişken arasındaki koşullu ilişkinin incelendiği iki yönlü kontenjans tablosunun bir açılımıdır (Jeansonne, http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20models.pdf).

İki ya da daha fazla değişken içeren çapraz tabloların çözümlenmesinde logaritmik doğrusal modellerin kullanımı üç amaca hizmet etmektedir: (1) Değişkenlerin oluşturduğu bileşik dağılımı test etmek

(2) Değişkenlerin birbirlerine bağımlı olup olmadığını test etmek ve (3) Değişkenler arasındaki ilişkiyi neden-sonuç ilişkisine dayandırmaksızın test etmek (Uygun, 1990:299). Logaritmik doğrusal modelde, bütün değişkenler bağımlı olarak işlem görür. Diğer bir deyişle bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında ayrım yapılmaz. Bu nedenle logaritmik doğrusal modeller neden-sonuç ilişkisi kurmaksızın sadece değişkenler arasındaki birlikteliği göstermektedir. Eğer bir ya da daha fazla değişkenin açık bir şekilde bağımlı ve diğerlerinin bağımsız olarak işlem görmesi isteniyorsa logaritmik doğrusal model yerine lojit ya da lojistik regresyon kullanılmalıdır. (http://faculty.ucr.edu/~hanneman/soc203a/loglin.html)

Böyle bir modelde bağımsız değişken mutlaka kategorik olmak koşulu ile sürekli de olabilir (Özdamar, 1999:450). Logaritmik doğrusal analiz; değişkenlerin kategorik (sınıflayıcı ya da sıralı) olması, kategorik değişkenlerin beklenen dağılımının binomial değil Poisson olması, bağlantı fonksiyonunun lojit değil logaritmik olması ve kestirimlerin bağımlı değişkenin lojiti değil çapraz tablodaki hücre değerlerinin tahminlerinin olması bakımından lojistik regresyondan farklılıklar gösterir (Garson, 2007:1-2, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm).

Üç ve daha büyük boyutlu çapraz sınıflandırma tablolarının çözümlenmesinde, değişkenler arasındaki üçlü ve çoklu etkileşimlerin doğrudan modele alınmasının parametre tahmininde zorluklar yaratacağı durumlarda hiyerarşik (aşamalı) logaritmik doğrusal analizden yararlanılır. Hiyerarşik logaritmik doğrusal analiz; ana etkilerden başlayarak sıra ile test işlemlerini gerçekleştiren, etkileşimleri ikili, üçlü ve çoklu etkileşimler olarak modele alıp optimal model oluşturmayı ve verileri bu modele göre analiz etmeyi amaçlayan bir yöntemdir (Özdamar, 1999:450).

Anlaşılacağı üzere logaritmik doğrusal analiz yöntemleri tablo tiplerinden ve tablolarda yer alan değişkenlerin tiplerinden etkilenmektedir. Ancak aşağıda kısaca incelenen bazı kavramlar ve terimler tüm logaritmik doğrusal modeller için temel niteliktedir.

2.1. Temel Kavramlar ve Terimler

Kategorik verilerin analizinde sıklıkla kullanılan kriterlerden ikisi *odds ve odds oranı*dır. Çok değişkenli bir frekans tablosunun logaritmik doğrusal analizi esas itibariyle odds ve odds oranlarının çözümlenmesiyle gerçekleştirilir. *Odds değeri*, bir şeyin gerçekleşme (başarı) olasılığının (π), gerçekleşmeme (başarısızlık) olasılığı $(1-\pi)$ na oranıdır ve negatif olmayan değerler alır.

$$\text{Odds} = \Omega = \frac{\pi}{(1-\pi)} \tag{1}$$

Ω > 1 olması, bir başarının gerçekleşme şansının başarısızlığa göre daha yüksek, Ω < 1 olması ise daha düşük olduğunu gösterir. Örneğin $\pi = 0.75$ olduğunda, $\Omega = 0.75/0.25 = 3$ olacaktır. Bu değer başarının gerçekleşme şansının başarısızlığa göre 3 kat fazla olduğunu ve her bir başarısızlık için üç başarı beklendiğini ifade etmektedir. Tersine olarak $\Omega = 1/3$ ise başarısızlığın gerçekleşme şansının, başarıya göre 3 kat fazla olduğunu ve bu durumda başarının gerçekleşme olasılığının;

$$\pi = \frac{\Omega}{(\Omega + 1)} = 0.25$$

olduğunu göstermektedir (Agresti, 2002:44).

Odds oranı, **iki oddsun ya da iki koşullu oddsun oranıdır:**

$$\theta = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\pi_1/(1-\pi_1)}{\pi_2/(1-\pi_2)} \qquad (2)$$

Koşullu odds, bir değişkenin koşul olarak verilen belli bir kategori değerinin, diğer değişkene ilişkin kategori değerine bölünmesi ile bulunan değerdir. Sözgelimi iki kategoriye sahip A ve B değişkenleri için aşağıdaki tablonun düzenlendiğini varsayalım.

B	A		*Toplam*
	a_1	a_2	
b_1	40	20	60
b_2	5	25	30
Toplam	45	45	90

A = a_1 olarak verildiğinde B = b_2 olmasına ilişkin koşullu odds değeri; 5 / 40 = 0.125, A = a_2 olarak verildiğinde B = b_2 olmasına ilişkin koşullu odds değeri ise; 25 / 20 = 1.25 olarak hesaplanacaktır.

Odds oranı θ = e^b şeklinde de ifade edilebilir. Burada e; e tabanına göre doğal logaritma ve b; parametre tahmininin logaritmik odds değeridir. π_{ij} bileşik olasılıklarına sahip bileşik dağılımlar için i=1,2 olmak üzere i satırdaki odds değeri; $\Omega_i = \pi_{i1}/\pi_{i2}$ olacaktır. Bu durumda odds oranı;

$$\theta = \frac{\pi_{11}/\pi_{12}}{\pi_{21}/\pi_{22}} = \frac{\pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}\pi_{21}} \qquad (3)$$

olarak ifade edilebilir (Garson, 2007:11, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm,).

İki kategoriye sahip 2×2 kontenjans tablosunda, f_{ij} hücre frekansları için örneklem odds oranı;

$$\hat{\theta} = \frac{f_{11} \times f_{22}}{f_{12} \times f_{21}} \qquad \ln\hat{\theta} = \ln\left[\frac{f_{11} \times f_{22}}{f_{12} \times f_{21}}\right] \tag{4}$$

şeklinde hesaplanacaktır (Agresti, 2002:44-45). Log-odds oranlarının hesaplanmasında λ_{ij}^{XY} parametreleri de kullanılabilir.

$$\ln\hat{\theta} = \ln\left[\frac{f_{11} \times f_{22}}{f_{12} \times f_{21}}\right] = \ln f_{11} + \ln f_{22} - \ln f_{12} - \ln f_{21}$$

$$= (\lambda + \lambda_1^X + \lambda_1^Y + \lambda_{11}^{XY}) + (\lambda + \lambda_2^X + \lambda_2^Y + \lambda_{22}^{XY})$$

$$- (\lambda + \lambda_1^X + \lambda_2^Y + \lambda_{12}^{XY}) - (\lambda + \lambda_2^X + \lambda_1^Y + \lambda_{21}^{XY})$$

$$= \lambda_{11}^{XY} + \lambda_{22}^{XY} - \lambda_{12}^{XY} - \lambda_{21}^{XY} \tag{5}$$

λ_{ij}^{XY} parametreleri ilişkiyi belirlemekte, sıfıra eşit olduklarında log-odds değeri de sıfıra eşit ve dolayısıyla odds oranı da 1 olmaktadır. $\theta = 1$ durumu, iki değişken arasında ilişki olmadığını (farksızlık) gösterir. Odds oranı ve 1 arasındaki fark ne kadar fazlaysa ilişki o kadar güçlü demektir. Odds oranlarının örnekleme dağılımı asimetrik dağılım gösterir ve odds ve odds oranlarının doğal logaritmaları ile çalışıldığında asimetri durumu yok olduğu için bu durumdan kaynaklanan yorumlama zorlukları da ortadan kalkmaktadır.: Farksızlık değeri ln1 = 0, negatif fark sınır değeri -∞ ve pozitif fark sınır değeri +∞ dır. Bu şekilde pozitif ve negatif değerlerin büyüklükleri daha kolay karşılaştırılabilmektedir (Agresti, 2002:316; Garson, 2007:11, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm).

Kısmi odds ve kısmi odds oranları da logaritmik doğrusal modelleme mantığının anlaşılmasında önemli kavramlardır. *Kısmi odds,* koşullu oddsların ortalamasıdır. Burada merkezi eğilim ölçüsü olarak geometrik ortalama kullanılmaktadır. Modeldeki ana ve etkileşim etkilerinin bir ölçümü olan *Kısmi odds oranı* ise koşullu odds oranlarının geometrik ortalaması alınarak hesaplanır (Hagenaars, 1993:6-7; Garson, 2007:13, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm). *İkinci dereceden odds oranı*, basit olarak üç yönlü tablolara ilişkin odds oranıdır. İki değişken arasındaki ilişki, üçüncü bir değişkene göre ölçülmek istendiğinde bu değişkenin her bir kategorisi için diğer iki değişken arasındaki odds oranları hesaplanır. Bu odds oranlarına *ikinci dereceden odds oranı* adı verilir. (Hagenaars, 1993:6-7, Altaş ve Yıldırım, 2003:215).

2.2. Model Oluşturma

Çok yönlü tabloların logaritmik doğrusal modellerle analizinde χ^2 testinden farklı olarak bir model oluşturulmakta ve model parametreleri tahmin edilerek yorumlanmaktadır(Agresti, 2002:320). Kullanılacak model, en az sayıda etkiyi kullanarak her bir hücre için beklenen frekansları gerçeğe en uygun şekilde tahmin edebilecek bir modeldir. Regresyon ya da varyans çözümlemesine benzerliği nedeniyle, çapraz tablolardaki uygunluk terimine alternatif olarak logaritmik doğrusal modellerde *etkileşim* terimi kullanılmaktadır. Buradaki etkileşim terimi bağımsızlıktan ayrılışı tanımlamaktadır (Acar, 1999:785). Örneğin saçın kırlaşması üzerinde yaş ve stresin etkisinin incelendiği bir çalışmada stresin yokluğunda yaş, kırlaşma üzerinde az öneme sahip bir değişken iken, stresin varlığında kırlaşma üzerinde büyük etkiye sahip olacaktır. Diğer bir deyişle, yaş ve stresin kırlaşma üzerindeki etkileri toplam değil, birbirlerini etkileyici yöndedir.

Tablonun boyutuna ve değişkenlerin cinsine göre modellerin yapısı farklılık göstermekle beraber iki boyutlu bir çapraz tabloya ilişkin bir modelin teorik yapısı üç ya da daha büyük boyutlu tablolar için de genelleştirilebilir (www.statsoft.com/textbook.stloglin.html).

2.2.1. İki Yönlü Tablolarda Logaritmik Doğrusal Modeller

X ve Y değişkenleri arasında bir bağımlılık (birlikte değişim ve etkileşim) varsa logaritmik doğrusal model;

$$Ln(F_{ij}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB} \tag{6}$$

şeklinde ifade edilir. Bu modele *tam (doymuş, saturated) model* adı verilir.

Modelde;

$Ln(F_{ij})$: Kontenjans tablosundaki ij hücresi için beklenen frekansın doğal logaritması,

μ : Beklenen frekansların doğal logaritmalarının ortalaması,

λ_i^A : A değişkeninin ana etkisi,

λ_j^B : B değişkeninin ana etkisi,

λ_l^{AB} : A ve B değişkenlerinin etkileşim etkisidir.

Doymuş modelin dışında yer alan ve tüm etkileri değil de bazı etkileri içeren daha basit yapıdaki modeller ise *doymamış (unsaturated) modeller* olarak adlandırılır. Bu tür modeller, daha düşük düzeydeki birliktelikleri modelledikleri ve daha basit şekilde yorumlandıkları için genellikle uygulamada daha çok tercih edilirler (Agresti, 2002:316-317).

Doymuş bir modelde sabit değer (μ) dışında, $(2^k - 1)$ sayıda terim bulunacaktır. Burada k değeri, değişkenlerin sayısını göstermektedir. Buna bağlı olarak iki yönlü kontenjans tablosuna ilişkin doymuş modelde terim sayısı da dört olmalıdır (Garson, 2007:3, http://www2.chass.ncsu.edu/garson /pa765/logit.htm).

2.2.2. Üç Yönlü Tablolarda Logaritmik Doğrusal Modeller

Logaritmik doğrusal modellerde, hücre değerlerinin doğal logaritması kategorik değişkenlerin etkilerinin ve etkileşimlerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak modelleştirilmiştir. Örneğin sırasıyla i,j ve k sayıda kategoriye sahip A, B ve C değişkenlerinin arasındaki ilişkileri incelemek istediğimizi varsayalım. Bu durumda A,B ve C kategorik değişkenlerinin i = 1,2,…,I, j = 1,2,…,J ve k = 1,2,…,K düzeylerinin her bir kombinasyonu için oluşturulacak logaritmik doğrusal model;

$$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC} + \lambda_{ijk}^{ABC} \qquad (7)$$

şeklinde ifade edilir ve tam (doymuş) modeldir. Bu model aynı zamanda üçüncü dereceden hiyerarşik bir modeldir ve içinde ortalama ana etkiyi (μ), ana etkileri, bütün olası ikili etkileşimleri ve üçlü etkileşimi içeren parametreler yer almaktadır.

Modelde;

$Ln(F_{ijk})$: Kontenjans tablosundaki ijk hücresi için beklenen frekansın doğal logaritması,

μ :Beklenen frekansların doğal logaritmalarının ortalaması (bağımsızlık terimi),

λ_i^A : A değişkeninin ana etkisi,

λ_j^B : B değişkeninin ana etkisi,

λ_j^C : C değişkeninin ana etkisi,

λ_{ij}^{AB} : A ve B değişkenlerinin ikinci dereceden etkileşim etkisi

λ_{ik}^{AC} : A ve C değişkenlerinin ikinci dereceden etkileşim etkisi

λ_{jk}^{BC} : B ve C değişkenlerinin ikinci dereceden etkileşim etkisi

λ_{ijk}^{ABC} : A,B ve C değişkenlerinin üçüncü dereceden etkileşim etkisidir

(Agresti,2002:320-321; http://www.uky.edu/ComputingCenter/SSTARS/www/documentation/LoglinearModelAnalysisinSASandSPSS.htm; http://faculty.vassar.edu/lowry/abc.html, s.1).

Tam bir modelde sabit değer (μ) dışında, $(2^k - 1)$ sayıda terim bulunacağı için üç yönlü kontenjans tablosuna ilişkin tam modelde terim sayısı da sekiz olmalıdır. Bazı durumlarda ilişki yapısını açıklamak için, doymuş modelde yer alan parametrelerin alt kümesini içeren daha basit modeller uygun olabilir (http://www.uky.edu/ComputingCenter/SSTARS /www/documentation/LoglinearModelAnalysisinSASandSPSS.htm). Sözgelimi;

(1) Eğer A, B ve C kategorik değişkenlerinin hepsi birbirinden karşılıklı olarak bağımsızsa değişkenler arasındaki ilişkiler aşağıdaki modelle ifade edilecektir:

$$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C \tag{8}$$

Sadece üç değişkenin ana etkilerinden oluşan ve kısmi (ikili) ve üçlü etkileşim parametrelerinin bulunmadığı bu modele *karşılıklı bağımsızlık modeli* adı verilir. Burada ; $\lambda_{ij}^{AB} = \lambda_{ik}^{AC} = \lambda_{jk}^{BC} = 0$ ve $\lambda_{ijk}^{ABC} = 0$ veya veya tüm kategoriler için koşullu odds oranı 1'e ya da logaritmik odds oranı 0'a eşittir.

(2) A ve C birbirleriyle ilişkili fakat her ikisi de B değişkeninden bağımsızsa A,B ve C değişkenleri arasındaki ilişki (kısmi bağımsızlık) ;

$$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ik}^{AC} \tag{9}$$

şeklinde tanımlanacaktır. Burada; $\lambda_{ij}^{AB} = \lambda_{jk}^{BC} = 0$, $\lambda_{ijk}^{ABC} = 0$ veya koşullu odds oranları; $\theta_k^{AB} = 1$, $\theta_i^{BC} = 1$ dir.

(3) A ve B değişkenleri arasında *koşullu bağımsızlık* söz konusuysa, diğer bir deyişle C değişkeni sabit tutulduğunda A ve B değişkenleri birbirinden bağımsızsa (diğer bir deyişle A ve B değişkenleri birbirinden bağımsız iken üçüncü değişken devreye girdiğinde ilişki meydana gelebilecekse) değişkenler arasındaki ilişkiler;

$$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC} \tag{10}$$

olarak ifade edilecektir.

(4) Değişkenler arasında üçlü etkileşim yoksa model;

$$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC} \quad (11)$$

şeklinde gösterilir ve herhangi iki değişken arasındaki koşullu odds oranlarının üçüncü değişkenin her bir düzeyinde aynı olacağını ifade eder.

Yukarıda (1) – (4) de yer alan logaritmik doğrusal modeller, *hiyerarşik modeller* olarak adlandırılır. Anlaşılacağı üzere hiyerarşik modellerde değişkenler arasındaki ilişkiler en karmaşık etkileşim yapısından en basit etkilere kadar ifade edilmektedir. Örneğin her biri iki kategorili üç değişken (A,B ve C) içeren üç yönlü bir tablo için üçlü etkileşimin olduğu bir hiyerarşik modelde (λ_{ijk}^{ABC} terimi bulunuyorsa), ortalama ana etkiyi, ikili etkileşimleri ve ana etkileri içeren tüm parametreler, yani sırasıyla μ, $\lambda_{ij}^{AB}, \lambda_{ik}^{AC}, \lambda_{jk}^{BC}, \lambda_i^A, \lambda_j^B, \lambda_k^C$ terimleri bulunacaktır http://www.uky.edu/ComputingCenter/SSTARS/www/documentation/LoglinearModelAnalysisinSASandSPSS.htm; Bayram, 2000:3; http://www.mathpsyc.uni-bonn.de/doc/cristant/node34.html).

Üç boyutlu kontenjans tabloları için oluşturulabilecek logaritmik doğrusal modeller aşağıda gösterilmiştir. (Tablo 1)

Tablo 1. R×C×K kontenjans tablosu için oluşturulabilecek logaritmik doğrusal modeller

Model	Sembol
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C$	**(A,B,C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB}$	**(A×B,C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ik}^{AC}$	**(A×C,B)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{jk}^{BC}$	**(B×C,A)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{jk}^{BC}$	**(A×B,B×C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{ik}^{AC}$	**(A×B,A×C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC}$	**(A×C,B×C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC}$	**(A×B,B×C,A×C)**
$Ln(F_{ijk}) = \mu + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_{ij}^{AB} + \lambda_{ik}^{AC} + \lambda_{jk}^{BC} + \lambda_{ijk}^{ABC}$	**(A×B×C)**

Tablo 2'de yer alan modeller hiyerarşik logaritmik doğrusal modellerdir. Her bir model A, B ve C değişkenlerini ifade eden bir sembolle gösterilmektedir. Birbirleriyle ilişkili olan değişkenler arasında (×) sembolü, bağımsız değişkenler arasında da (,) işareti bulunmaktadır. Burada (A×B×C); A, B ve C arasındaki üç yönlü etkileşimi, A×B, A×C ve B×C iki yönlü etkileşimleri ifade etmektedir (Agresti, 2002:320; Goodman, 1970:234).

2.3. Modelin Uygunluğunun (Değişkenler Arasındaki İlişkilerin) Test Edilmesi

Öncelikle verilere en uygun modele karar verebilmek için, modelin uygun hale getirilmesi gerekir. Bir modelin uyum iyiliği, her bir model için gözlenen ve beklenen frekansların karşılaştırılmasıyla sağlanır (www.statsoft.com/textbook.stloglin.html).

Bu değerler arasında anlamlı bir farklılık varsa verilerin modele uymadığı (test edilen değişkenlerin birbirleriyle bağımlı ya da etkileşim içinde olduğu) , fark yoksa seçilen modelin verilere uyduğu (test edilen değişkenler arasında bağlılık ya da etkileşim bulunmadığı) sonucuna ulaşılır. (Uygun, 1989:255; Oğuzlar, 2004:16;Garson,2007:6, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm).

Modelin uygunluğunun test edilmesinde sıklıkla kullanılan test istatistikleri; Pearson χ^2 istatistiği ve ilk kez Fisher (1922) tarafından kullanılan olabilirlik oran χ^2 istatistiği (G^2) dir. Pearson χ^2 istatistiği; g_{ij} her bir tablo hücresinin gözlenen frekansı ve e_{ij} her bir tablo hücresinin beklenen (teorik) frekensı olmak üzere iki boyutlu ve üç boyutlu tablolar için sırasıyla;

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(g_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \tag{12}$$

ve

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{l}\frac{(g_{ijk}-e_{ijk})^2}{e_{ijk}} \tag{13}$$

şeklinde hesaplanır.

Olabilirlik oran χ^2 istatistiği (G^2) ise, iki boyutlu ve üç boyutlu tablolar için sırasıyla;

$$G^2 = 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} g_{ij} \ln\left(\frac{g_{ij}}{e_{ij}}\right) \tag{14}$$

ve

$$G^2 = 2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{l} g_{ijk} \ln\left(\frac{g_{ijk}}{e_{ijk}}\right) \tag{15}$$

eşitliğiyle elde edilir. (Agresti, 2002:22-24)

Geçerli model uygun ve örneklem hacmi oldukça fazlaysa, her iki istatistik de tablodaki hücrelerin sayısının tahmin edilen parametrelerin sayısından çıkarılmasına eşit değerde serbestlik derecesi ile yaklaşık olarak χ^2 dağılırlar (Everitt ve Dunn, 2001:201). Uygulamada her iki χ^2 istatistiğinin de büyüklüğü ve yorumlanması esas itibariyle birbirine benzemektedir. Ancak çok yönlü frekans analizinde genellikle G^2 kullanılmaktadır. (Acar, 1999:792; Jeansonne, http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20Models.pdf).

G^2'nin, Pearson χ^2 istatistiğine tercih edilmesinin iki temel nedeni; beklenen frekansların en çok olabilirlik yöntemi ile tahmin edilmesi ve G^2 nin çok yönlü frekans tablolarında koşullu bağımsızlıkların daha güçlü test edilmesini sağlayacak biçimde parçalara ayrılabilmesidir (Knoke ve Burke, 1980:30). G^2nin toplanabilirlik özelliğine sahip olması, Pearson χ^2 istatistiğine karşı temel avantajıdır. Örneğin A ve B değişkenleri içeren iki yönlü analizde;

$$G^2_{toplam} = G^2_A + G^2_B + G^2_{AB} \tag{16}$$

şeklinde yazılabilir. Burada G^2_{toplam}; iki yönlü tablodaki tüm ilişkilerin testini, G^2_A ve G^2_B; ana etkilerin uyum iyiliği testlerini ve G^2_{AB} ise A ve B arasındaki birlikteliğin testini göstermektedir (Vokey, (2002):4-5, http://people.uleth.ca/~vokey/pdf/vokeydoc.pdf; Olmuş, 2006:19).

G^2 istatistiği modellerin karşılaştırılmasında da kullanılabilir. Böylece, $G^2(a)$; n_a serbestlik dereceli bir modele ilişkin istatistik değeri, $G^2(b)$; n_b serbestlik dereceli daha karmaşık bir modele (fazladan parametrelerin eklenmesiyle ilk modelden türetilmiş) ilişkin istatistik değeri ise bu durumda;

$$G^2(b|a) = G^2(a) - G^2(b) \tag{17}$$

değeri ikinci modelin uygunluğunun anlamlı olarak düzeltilip düzeltilemeyeceğini belirlemek için kullanılabilir. G^2 değerindeki (sapmadaki) bu değişim, $n_a - n_b$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı ile karşılaştırılabilir. Bu işlem regresyon kareler toplamına ve F testlerine benzemektedir(Everitt ve Dunn, 2001:201).

G^2, sıfıra eşit olan λ parametrelerinin sayısına eşit serbestlik dereceli bir χ^2 dağılımı gösterir. Bu nedenle G^2 istatistiği, modelde etkileri hesaplanamayan kalıntı frekanslarını test eder. Mevcut serbestlik derecesine göre daha büyük G^2 değeri, beklenen değerlerle gözlenen değerler arasındaki daha büyük farkı ifade eder. Diğer bir deyişle daha büyük G^2 değerleri, modelin verilere uygun olmadığını ve test edilen değişkenler arasında etkileşim bulunmadığını ifade eden sıfır hipotezinin reddedilmesi gerektiğini gösterir (Jeansonne, http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20Models.pdf).

Doymuş bir modelde beklenen frekanslar ile gözlenen frekanslar aynı değerleri alacağından, parametrelerin tahmin edilmesi için gerekli olan beklenen frekanslar hesaplanmaksızın eşitleri olan gözlenen frekanslar kullanılarak tahmin değerleri bulunabilir. Doymamış modellerde ise gözlenen ve beklenen frekanslar farklı olacağından, parametrelerin tahmin edilmesinden önce beklenen frekansların bulunması gerekmektedir (Uygun, 1989:245-248). r×c×k boyutlu kontenjans tablosunda genel etkinin test edilebilmesi için beklenen frekanslar; $\frac{n}{rck}$ ve serbestlik derecesi rck – 1 işlemleriyle, ana etkilere ilişkin test işlemlerinde beklenen frekanslar; $\frac{n}{r}, \frac{n}{c}, \frac{n}{k}$ ve sırasıyla (r – 1), (c – 1) ve (k – 1) serbestlik dereceleriyle, kısmi ilişki testlerinde; (r – 1)(c – 1), (r – 1)(k – 1) ve (c – 1)(k – 1) serbestlik dereceleriyle ve üçlü etkileşim testlerinde ise (r – 1)(c – 1)(k – 1) serbestlik dereceleri ile hesaplanmaktadır. Sözü edilen kısmi ilişki testleri, tüm marjinal toplamların (test edilecek etki hariç), gözlenmiş marjinal frekanslara eşleştirildiği durumda, beklenen frekansların tam bir setini elde etmek için kullanılan bir ardışık hesaplama yöntemidir (Olmuş, 2006:21).

2.4. Uygun Modelin Seçimi ve Testi

Gözlenen verilere en uygun modelin seçilmesi ve test edilmesinden önce hangi etkilerin önemli olup olmadığının araştırılması ve bunun için de etkilerin bu amaç doğrultusunda elenmesi gerekir. Bazı eleme sonuçları araştırmacıya yeterli bilgi verebilir. Örneğin; sonuçlar çok açık anlam ifade edebilir ve değişkenler arasındaki etkileşimin açık bir şekilde anlamlı ya da anlamsız olduğu sonucuna varılabilir. Bununla beraber sonuçlar belirsiz de olabilir (örneğin; $0.01 < p < 0.05$) ve araştırmacı bir stepwise (adım adım) analizi yardımıyla bu tür belirsiz etkileri test etmek isteyebilir. Modelleme işlemi bağımsız değişkenler arasındaki olası tüm etkileşimlerle başlar. Yani, eğer üç bağımsız değişken varsa test işlemleri tek, iki ve üç yönlü tüm etkileşimlerle başlayacaktır. Olası tüm etkileri içeren doymuş modeldeki veri örneklerine en uygun daha basit bir model bulabilmek için, modellerin hiyerarşik anlamda incelenmesi ve model uygunluğuna en az katkıyı sağlayan etkileşimlerin elenmesi gerekir. Bu amaçla genellikle geriye doğru aşamalı eliminasyon işlemi kullanılır. Daha yüksek dereceli etkileşimler genellikle en önce incelenir. Eğer yüksek dereceli etkileşim, istatistiksel olarak anlamlı değilse elenir ve ikinci dereceden etkileşimler sistematik olarak incelenir. Eleme işlemi, araştırmacı tarafından kabul edilen olasılık düzeyine bağlı olarak, modele uygun veriler kabul edilemez oluncaya kadar devam eder. Bir modelin tamamen uygun olup olmadığı, her bir model için gözlenen frekanslarla beklenen frekanslar karşılaştırılarak belirlenir. Bu amaçla daha önce belirtildiği gibi uygunluğun belirlenmesinin her bir aşamasında G^2 değeri hesaplanır ve nihai modele ulaşılır (O'Leary vd., http://psych.sci.usq.edu.au/Teaching/Honours/Documents/MFA.pdf).

Küçük beklenen frekanslar güç kaybını gösterir. Tüm beklenen frekansların 1'den büyük ve %20'den fazlasının 5'den küçük olmaması önerilir (http://www.oxfordjournals.org/our_journals/tropej/online/ma_chap14.pdf: 144-145).

Etkiler ve etkileşimlerin anlamlılığının test edilmesinin ardından anlamlı bulunan etkiler ve etkileşimleri içeren hiyerarşik logaritmik doğrusal modellerin uygunluğu test edilecektir. Örneğin; iki model anlamlı bulunduysa daha az terim içeren model tercih edilecektir. Diğer bir yaklaşıma göre ise hiyerarşik bir yapıda olan iki modelden daha az terim içeren modelle, diğer anlamlı model arasındaki G^2 farklılığı hesaplanır. Eğer farklılık anlamlı ise daha az terim içeren model seçilir. Eğer aralarındaki farklılık anlamlı değilse ikinci model dolayısıyla daha fazla terimi içeren model anlamlı olacaktır (Oğuzlar, 2004:238-239).

2.5. Seçilen Modelin Değerlendirilmesi ve Yorumlanması

Logaritmik doğrusal modellerde örneklem hacminin tablodaki hücre sayısının en az 5 katı olması önerilir. Örneğin 2×2×3 bir tablo için en az 60 adet örneğe ihtiyaç vardır. Eğer gereken miktarda örnek mevcut değilse, bu durumda örneklem hacminin arttırılması ya da bir veya daha fazla sayıda değişkenin elenmesi gerekir. Seçilen modelin değerlendirilmesi ve yorumlanabilmesi için G^2 değerleri dışında, kullanılan paket programa ait çıktı tablolarından yararlanılarak parametre tahminlerinin ve kalıntıların da incelenmesi gerekir.

Ana etki parametre tahminleri kullanılarak kısmi odds ve ikinci dereceden etkileşim parametreleri yardımıyla da kısmi odds oranları hesaplanabilir. Elde edilen değerler modeldeki değişkenler arasındaki ilişkilerin ve etkileşimin yorumlanmasına olanak verir (Jeansonne, http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20Models.pdf; Agresti, 2002:321-322). Parametre tahminleri, bağımsız değişkenlerin göreli önemini açıklamak için de kullanılabilir. Herhangi iki hücrenin standartlaştırılmış parametre tahminlerinin mutlak büyüklük oranı (SPSS'de Parametre Tahminleri Tablosunda Z değeri olarak gösterilmiştir), söz konusu parametrelerin tablo frekanslarının açıklanmasındaki oransal önemini yansıtmaktadır. Parametre değerleri (λ)nin standart hatalarına (SH) bölünmesi ile elde edilen (λ / SH) ve *standart normal sapma* (Z değeri) denilen değer yardımıyla bir etkinin bir hücreye olan katkısı değerlendirilebilir. Tabloda yer alan en büyük Z değerine sahip olan hücre, söz konusu tablodaki verilerin dağılımında tüm ilişkilerin gücü üzerinde en büyük katkıyı sağlayan hücredir (Garson, 2007:9, http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm). Ayrıca iyi bir modelde kalıntıların değeri küçüktür ve eğer model verilere uygunsa düzeltilmiş kalıntılar mutlak değerce 1'i geçmez. Örneklem hacmi küçük ve düzeltilmiş kalıntılar 2 den büyük olduğunda ya da örneklem hacmi büyük ve düzeltilmiş kalıntılar 3 den büyük olduğunda modelin verilere uygun olduğundan söz edilemez (http://www.stat.psu.edu/online/development/stat504/05_loglin/10_loglin_intro.htm).

3. UYGULAMA

Çalışmanın logaritmik doğrusal analiz uygulamasında, 2006 yılı Çocuk İşgücü Araştırması sonuçlarından yararlanılmıştır. Söz konusu araştırma, 2006 yılında Çocuk İşçiliğinin Sona Erdirilmesi Uluslararası Programı (IPEC) çerçevesinde, Uluslar arası Çalışma Örgütü (ILO) ile TUİK arasında imzalanan bir proje kapsamında Hanehalkı İşgücü Anketi ile birlikte gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya 6-17 yaş grubundaki çocuklar dahil edilmiş ve toplam 28978 çocuk ile görüşülmüştür. 2006 yılı IV. Döneminde Türkiye genelinde 6-17 yaş grubundaki çocuk işgücü sayısı 16 milyon 264 bindir. Bu çocukların % 60.9'u kentsel, % 39.1'i kırsal yerlerde bulunmakta olup % 5.9'u (yaklaşık 959 bin çocuk) istihdam edilmektedir. İstihdam edilen çocukların % 47.7'si kentsel, % 52.4'ü kırsal yerlerde yaşamakta ve

% 66'sını erkek, % 34'ünü kız çocukları oluşturmaktadır (Türkiye İstatistik Kurumu, 2007, http://www.tuik.gov.tr).

Bu çalışmada 6-17 yaş grubunda istihdam edilen çocuklara ilişkin üç önemli kategorik değişken arasındaki ilişki yapısı incelenmiştir. Bu değişkenler; yerleşim yeri, çalışılan sektör ve cinsiyettir. Yerleşim yeri değişkeni (Y); 2 düzeye (Kent =1, Kır = 2), çalışılan sektör (ekonomik faaliyet kolu) değişkeni (S); 4 düzeye (Tarım = 1, Sanayi = 2, Ticaret = 3, Hizmet = 4) ve cinsiyet değişkeni (C); 2 düzeye (Kız = 1, Erkek = 2) ayrılmıştır. Aşağıda verilen 2×4×2 çapraz sınıflandırma tablosunda yer alan değişkenlerin birbirleriyle ilişkilerinin, iki ve üç yönlü etkileşimlerinin analizinde SPSS for Windows 15 paket programı kullanılmıştır. (Tablo 2)

Tablo 2. İstihdam Edilen Çocukların Yerleşim Yeri, Çalışılan Sektör ve Cinsiyete Göre Dağılımı

		Çalışılan Sektör				
Yerleşim Yeri	**Cinsiyet**	*Tarım*	*Sanayi*	*Ticaret*	*Hizmet*	Toplam
Kent	Kız	18	67	22	15	122
	Erkek	14	146	129	47	336
Toplam		32	213	151	62	458
Kır	Kız	172	19	9	6	206
	Erkek	189	41	46	19	295
Toplam		361	60	55	25	501
Genel Toplam		393	273	206	87	959

Logaritmik doğrusal analizin ilk aşamasında hangi etkilerin önemli olup olmadığı incelenmiştir. Bunun için toplam etki, ana etkiler, ikinci ve üçüncü dereceden etkileşim terimlerinin anlamlılığı test edilmiş ve test sonuçları aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir (Tablo 3 ve Tablo 4). Bilindiği gibi değişkenler arasındaki ilişkilerin test edilmesinde hem olabilirlik oranı istatistiğinden (G^2) hem de Pearson χ^2 istatistiğinden yararlanılabilmektedir. Bu istatistikler kullanılarak doymuş ve daha basit yapıya sahip belirli bir model arasındaki farkın anlamlılığı test edilmekte ve belirlenen model doymuş model olduğunda her iki istatistik değeri de 0'a eşit olmaktadır. Bu mantıktan hareketle SPSS'de "*Tests that K-way and higher order effects are zero*" ve "*Tests that K-way effects are zero*" başlıklarıyla verilen tablolarda yer alan istatistik değerleri incelenerek değişkenler arasındaki ilişkiler yorumlanabilir. Sözü edilen ilk tabloda G^2 ve Pearson testi, doymuş model ve K-yönlü ve daha yüksek dereceli etkileşimlerin olmadığı model arasındaki farka ilişkin olarak düzenlenmiştir. Sözgelimi K=3 için, G^2= - 2(3. dereceden etkileşim hariç modelin logaritmik olabilirliği – doymuş modelin olabilirliği), K = 2 için, G^2 = -2 (3. dereceden ve tüm 2. dereceden etkileşimler hariç (sadece ana etkilerin olduğu) modelin logaritmik olabilirliği – doymuş modelin olabilirliği) şeklinde hesaplanmaktadır. Sözü edilen ikinci tabloda ise G^2 ve Pearson testi, doymuş model ve K-yönlü etkileşimlerin olmadığı model arasındaki farka ilişkin olarak düzenlenmiştir. Sözgelimi K = 2 için, G^2= -2 (2. dereceden etkileşimlerin hiçbirini içermeyen modelin logaritmik olabilirliği – doymuş modelin olabilirliği) şeklinde hesaplanmaktadır. Dolayısıyla ilk tabloda K = 1 için hesaplanan G^2 değerinden ikinci dereceden etkileşim (K = 2) G^2 değeri çıkarıldığında, ikinci tablonun K = 1 için G^2değeri, aynı şekilde ilk tablonun K = 2 için hesaplanan G^2 değerinden K = 3 için hesaplanan G^2 değeri çıkarıldığında da, ikinci tablonun K = 2 için elde edilen G^2 değeri bulunacaktır. Aşağıda ikinci tablo sonuçları verilmiştir. (Tablo 3)

Tablo 3. K-Yönlü Etkilerin Sıfıra Eşitliğine İlişkin Testler

K	sd.	G^2	p	χ^2	p
1	5	319.795	0.0000	451.055	0.0000
2	7	551.672	0.0000	521.515	0.0000
3	3	0.856	0.8361	0.860	0.8352

Tablo sonuçlarına göre üçüncü dereceden etkileşim terimlerinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığını belirten sıfır hipotezi reddedilememiştir. (p = 0.8352) Bu sonuç, verilere en uygun logaritmik doğrusal modelin, üçüncü dereceden etkileşim terimlerini içermeyen doymamış bir model olduğunu göstermektedir.

Tablo 4. Toplam Etki, Ana Etkiler, İkili ve Üçlü Etkileşim Testi Sonuçları

Etki	Serbestlik Derecesi (sd)	G^2	P Değeri	Karar Kriteri
Toplam (Genel)	15	872.323	0.0000	< 0.05
Yerleşim Yeri (Y)	1	1.929	0.1649	> 0.05
Sektör (S)	3	220.472	0.0000	< 0.05
Cinsiyet (C)	1	97.394	0.0000	< 0.05
Y x S	3	452.358	0.0000	< 0.05
Y x C	1	0.118	0.7317	> 0.05
C x S	3	54.450	0.0000	< 0.05
YxSxC	3	0.856	0.8361	> 0.05

Toplam (genel) etkiyi (G_t^2) test edebilmek için;

$G_t^2 = 2\sum (g_f)\ln\left(\frac{g_f}{e_f}\right)$ eşitliği kullanılarak,

$$G_t^2 = 2\left[18\ln\left(\frac{18}{59.9375}\right) + 14\ln\left(\frac{14}{59.9375}\right) + ... + 19\ln\left(\frac{19}{59.9375}\right)\right]$$

$$G_t^2 = 872.323$$

sd = ycs – 1 = (2)(2)(4) – 1 = 15

olarak elde edilmiştir. Eşitlikte beklenen (teorik) frekanslar (e_f) ise;

$$e_f = \frac{n}{ycs}$$

eşitliği kullanılarak;

$$e_f = \frac{959}{(2)(2)(4)} = \frac{959}{16} = 59.9375$$

olarak hesaplanmıştır.

$\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde 15 serbestlik dereceli tablo değeri $\chi^2_{0.05;15} = 25$ (veya p = 0.0000 < 0.05) olduğu için Tablo 2'de yer alan 16 hücrenin eşit beklenen frekanslardan ayrılışlarının istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Yerleşim yeri, cinsiyet ve sektör değişkenlerinden her birinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı, diğer bir deyişle temel (ana) etkilerin testi ise aşağıda görüldüğü gibi yapılmıştır.

Her bir değişkene ait kategorilerin marjinal toplamları gözlenmiş frekansları (g_f), örnek hacminin o değişkene ait kategori sayısına bölünmesi ile hesaplanan değer de beklenen frekansları (e_f) göstermektedir.

Yerleşim Yeri:

g_f		e_f	
Kent	Kır	Kent	Kır
458	501	479.5	479.5

$$e_f = \frac{n}{y} = \frac{959}{2} = 479.5$$

$$G_Y^2 = 2\left[458 \ln\left(\frac{458}{479.5}\right) + 501 \ln\left(\frac{501}{479.5}\right)\right] = 1.929$$

sd = y – 1 = 2 – 1 = 1

$G_Y^2 (1.929) < \chi^2_{0.05;1} (3.84)$ (veya $p=0.1649> 0.05$) olduğu için istihdam edilen çocukların yerleşim yerleri sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

Cinsiyet:

g_f		e_f	
Kent	Kır	Kent	Kır
328	631	479.5	479.5

$$e_f = \frac{n}{c} = \frac{959}{2} = 479.5$$

$$G_C^2 = 2\left[328 \ln\left(\frac{328}{479.5}\right) + 631 \ln\left(\frac{631}{479.5}\right)\right] = 97.394$$

sd = c – 1 = 2 – 1 = 1

$G_C^2 (97.394) > \chi^2_{0.05;1} (3.84)$ (veya $p = 0.0000 < 0.05$) (veya $p = 0.0000 < 0.05$) olduğu için istihdam edilen çocukların cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır.

Sektör:

g_f				e_f			
Tarım	Sanayi	Ticaret	Hizmet	Tarım	Sanayi	Ticaret	Hizmet
393	273	206	87	239.75	239.75	239.75	239.75

$$e_f = \frac{n}{s} = \frac{959}{4} = 239.75$$

$$G_S^2 = 2\left[393\ln\left(\frac{393}{239.75}\right) + 273\ln\left(\frac{273}{239.75}\right) + 206\ln\left(\frac{206}{239.75}\right) + 87\ln\left(\frac{87}{239.75}\right)\right]$$
$$= 220.472$$

sd = s – 1 = 4 – 1 = 3

$G_S^2(220.472) > \chi^2_{0.05;3}(7.82)$ (veya p = 0.0000 < 0.05) olduğu için istihdam edilen çocukların çalıştıkları sektörler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır.

Değişkenler arasında ikinci dereceden etkileşimin belirlenebilmesi için yapılan kısmi ilişki testi sonuçlarına göre;

$G_{YS}^2 = 452.358$	sd = 3	p = 0.0000
$G_{YC}^2 = 0.118$	sd = 1	p = 0.7317
$G_{CS}^2 = 54.450$	sd = 3	p = 0.0000

olarak belirlenmiştir.

Bu durumda yerleşim yeri ve sektör (Y×S) değişkenleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir. [$G_{YS}^2(452.358) > \chi^2_{0.05;3}(7.82)$ veya p = 0.0000 < 0.05)] Aynı şekilde cinsiyet ve sektör değişkenleri (C×S) arasında da istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki mevcuttur. [$G_{CS}^2(54.450) > \chi^2_{0.05;3}(7.82)$ veya p = 0.0000 < 0.05)] Buna karşılık yerleşim yeri ve cinsiyet (Y×C) değişkenleri arasında anlamlı bir ilişki olmadığı görülmektedir. [$G_{YC}^2(0.118) < \chi^2_{0.05;1}(3.84)$ veya p = 0.7317 > 0.05)]

Üç yönlü (Y×S×C) etkileşim testi sonucunda $G_{YSC}^2 = 0.856$ sd = 3 olarak elde edilmiştir. Bu durumda yerleşim yeri, çalışılan sektör ve cinsiyet değişkenleri arasında üç yönlü bir etkileşim olmadığı görülmektedir. [$G_{YSC}^2(0.856) < \chi^2_{0.05;3}(7.82)$ veya p = 0.8361 > 0.05)]

Etkiler ve etkileşimlerin anlamlılığının test edilmesinden sonra geriye doğru eleme yaklaşımı ile anlamlı bulunan etkiler ve etkileşimleri içeren en uygun model;

$$\ln e_f = \theta + \lambda_Y + \lambda_S + \lambda_C + \lambda_{YS} + \lambda_{CS}$$

olarak elde edilmiştir. Daha önce kısmi ilişki testlerinde anlamlı bulunmayan yerleşim yeri (Y) ana etki parametresi, yerleşim yeri ve sektör değişkenleri arasında anlamlı ikili etkileşim olması nedeniyle modele dahil edilmiştir. En uygun model seçildikten sonra, tablodaki her bir hücre için beklenen frekanslar hesaplanmıştır. (Tablo 5)

Tablo 5. Seçilen Modelin Beklenen Frekansları

Y.Yeri	**Cinsiyet**	**Sektör**				
		Tar.	San.	Tic.	Hiz.	*Toplam*
Kent	Kız	15.47	67.10	22.72	14.97	120.26
	Erkek	16.53	145.90	128.28	47.03	337.74
Kır	Kız	174.53	18.90	8.28	6.03	207.74
	Erkek	186.47	41.10	46.72	18.97	293.26
Toplam		393	273	206	87	959

Beklenen frekanslar tablodaki her bir hücre için parametre tahmin değerlerinin logaritmik doğrusal modelde yerine konulması ile elde edilmiştir.

Modele ilişkin parametre tahminleri, parametrelerin standart hataları ve z değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir (Tablo 6) Daha önce söz edildiği gibi Tablo 6'da yer alan ve parametre değerleri (λ) nin standart hatalarına (SH) bölünmesi ile elde edilen standart normal sapma değerleri (Z değerleri) yardımıyla bir etkinin bir hücreye olan katkısı değerlendirilebilir.

Tablo 6. Parametre Tahminleri, P. Standart Hataları ve z Değerleri

Etki	Düzey	Parametre	Tahmin Değeri	SH	Z Değeri
Toplam Etki		1 λ	2.9426	0.2089	14.08
Yerleşim Yeri (Y)	Kent	2 λ_1^Y	0.9083	0.2369	3.83
	Kır	3 λ_2^Y	0	,	,
Sektör (S)	Tarım	4 λ_1^S	2.2857	0.2209	10.35
	Sanayi	5 λ_2^S	0.7734	0.2490	3.11
	Ticaret	6 λ_3^S	0.9016	0.2504	3.60
	Hizmet	7 λ_4^S	0	,	,
Cinsiyet (C)	Kız	8 λ_1^C	-1.1451	0.2505	- 4.57
	Erkek	9 λ_2^C	0	,	,
Yerleşim Yeri ve Sektör (Y × S)	Kent ile Tarım	10 λ_{11}^{YS}	-3.3314	0.3002	-11.10
	Kent ile Sanayi	11 λ_{12}^{YS}	0.3587	0.2784	1.29
	Kent ile Ticaret	12 λ_{13}^{YS}	0.1017	0.2845	0.36
	Kent ile Hizmet	13 λ_{14}^{YS}	0	,	,
	Kır ile Tarım	14 λ_{21}^{YS}	0	,	,
	Kır ile Sanayi	15 λ_{22}^{YS}	0	,	,
	Kır ile Ticaret	16 λ_{23}^{YS}	0	,	,
	Kır ile Hizmet	17 λ_{24}^{YS}	0	,	,
Cinsiyet ve Sektör (C×S)	Kız ile Tarım	18 λ_{11}^{CS}	1.0790	0.2701	3.99
	Kız ile Sanayi	19 λ_{12}^{CS}	0.3684	0.2824	1.30
	Kız ile Ticaret	20 λ_{13}^{CS}	-0.5857	0.3174	-1.85
	Kız ile Hizmet	21 λ_{14}^{CS}	0	,	,
	Erkek ile Tarım	22 λ_{21}^{CS}	0	,	,
	Erkek ile Sanayi	23 λ_{22}^{CS}	0	,	,
	Erkek ile Ticaret	24 λ_{23}^{CS}	0	,	,
	Erkek ile Hizmet	25 λ_{24}^{CS}	0	,	,

Tabloya göre istihdam edilen çocukların çalıştıkları sektör ve yerleşim yerleri arasındaki birlikteliklerden, sadece tarım ve kent arasındaki etkileşim hücre frekansı üzerinde en önemli katkıyı (z = -11.10, $\alpha = 0.05$ ve $z > 1.64$) sağlamaktadır. Benzer şekilde kentte tarım sektöründe çalışan kız çocukları hücresi ele alındığında, bu hücrede yer alan parametreler için standart normal sapma değerleri;

Kentte bulunma	: 3.83
Tarım sektöründe çalışma	: 10.35
Kız çocuğu olma	: - 4.57
Kentte olup tarım sektöründe çalışma	: - 11.10

dur. Bu durumda söz konusu hücre frekansı üzerindeki en önemli katkıyı sırasıyla, kentte olup tarım sektöründe çalışmak, tarım sektöründe çalışmak, cinsiyeti kız olmak ve kentte bulunmak sağlamaktadır. Tüm etkilerin hücre frekansı üzerinde önemli katkıları vardır. (z > 1.64) İstihdam edilen çocukların çalıştıkları sektör ve yerleşim yerleri arasındaki diğer etkileşimlerin ise hücre frekansı üzerinde önemli bir katkısı bulunmamaktadır.

Aynı şekilde kentte sanayi sektöründe çalışan kız çocukları hücresi ele alındığında hücrede yer alan parametreler için standart normal sapma değerleri;

Kentte bulunma	: 3.83
Sanayi sektöründe çalışma	: 3.11
Kız çocuğu olma	: - 4.57
Sanayi sektöründe çalışıp kız çocuğu olma	: 1.30

olarak elde edilmiştir. Söz konusu hücre frekansı üzerindeki en önemli katkıyı sırasıyla, cinsiyeti kız olmak, kentte bulunmak ve sanayi sektöründe çalışmak sağlamaktadır. Sanayi sektöründe çalışma ve çocuğun cinsiyetinin kız olması arasındaki birlikteliğin hücre frekansı üzerinde önemli bir katkısı bulunmamaktadır.

Modelin uygunluk test istatistikleri incelendiğinde, anlamlılık değerinin 0.914 olduğu görülmektedir. (Tablo 7). Bu değer, doymamış logaritmik doğrusal yapılı bu modelin anlamlılığının, doymuş modelle karşılaştırıldığında 0.914 olasılıkla red edilemeyeceğini göstermektedir.

Tablo 7. Uygunluk İstatistikleri

	χ^2	sd	Anlamlılık (Sig.)
Benzerlik Oranı(LR)	0.9734	4	0.9138
Pearson	0.9743	4	0.9137

Kullanılan program, logaritmik doğrusal modelin parametre tahminlerinin değişkenlerin son düzeyine göre yorumlanmasına olanak verdiği gibi ayrıca parametre tahminleri yardımıyla kısmi odds değerleri ve kısmi odds oranları da hesaplanabilir. Aşağıda ana etki parametreleri yardımıyla hesaplanan kısmi odds değerleri verilmiştir (Tablo 8).

Tablo 8. Modele İlişkin Kısmi Odds Değerleri

Etki	Düzey	Parametre	Kısmi Odds
Y	Kent	λ_1^Y	$\lambda_1^Y = 0.9083 = \exp(\lambda_1^Y)$ $= \exp(0.9083) = 2.48010$
S	Tarım	λ_1^S	$\lambda_1^S = 2.2857 = \exp(\lambda_1^S)$ $= \exp(2.2857) = 9.83257$
S	Sanayi	λ_2^S	$\lambda_2^S = 0.7734 = \exp(\lambda_2^S)$ $= \exp(0.7734) = 2.16712$
S	Ticaret	λ_3^S	$\lambda_3^S = 0.9016 = \exp(\lambda_3^S)$ $= \exp(0.9016) = 2.46354$
C	Kız	λ_1^C	$\lambda_1^C = -1.1451 = \exp(\lambda_1^C)$ $= \exp(-1.1451) = 0.31819$

$\lambda_1^C = -1.1451$ değeri, cinsiyet değişkeninin 1. düzeyinin son düzeye göre log-odds değerini verir. Bu değer, 6-17 yaş grubu çalışan çocuklar arasından rassal olarak seçilen bir kişinin kız olma olasılığının erkek olmasına göre exp (-1.1451) = 0.31819 olduğunu gösterir. Parametre değerinin negatif çıkması, istihdam edilen çocuğun kız olma olasılığının erkek olmaya göre düşük olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde, hizmet sektöründe çalışma durumuna göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı , $\exp(\lambda_1^S) = \exp(2.2857) = 9.83257$ dir.

$\lambda_2^S = 0.7734$ değeri, sanayi sektöründe çalışma şansının, hizmet sektöründe çalışma durumuna göre 2.16712 olduğunu, $\lambda_3^S = 0.9016$ değeri, Ticaret sektöründe çalışma şansının, hizmet sektöründe çalışma durumuna göre 2.46354 olduğunu, $\lambda_1^Y = 0.9083$ değeri, Kentte yaşıyor olma olasılığının, kırda yaşamasına göre 2.48010 olduğunu göstermektedir.

İkinci dereceden etkileşim parametreleri yardımıyla da log-odds oranları bulunabilir.

Yerleşim yeri ve çalışılan sektör arasındaki ikili etkileşim sonuçları şu şekilde yorumlanabilir:

Kentte yaşayan çocukların, sanayi sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı, kırsal kesimde yaşayan çocuklarla karşılaştırıldığında;

$$\exp(\lambda_{11}^{YS} + \lambda_{22}^{YS} - \lambda_{12}^{YS} - \lambda_{21}^{YS})$$
$$= \exp(-3.3314 - 0.3587)$$
$$= \exp(-3.6901) = 0.02497$$

Ticaret sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{11}^{YS} + \lambda_{23}^{YS} - \lambda_{13}^{YS} - \lambda_{21}^{YS})$$
$$= \exp(-3.3314 - 0.1017)$$
$$= \exp(-3.2297) = 0.03957$$

Hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{11}^{YS} + \lambda_{24}^{YS} - \lambda_{14}^{YS} - \lambda_{21}^{YS})$$
$$= \exp(-3.3314) = 0.03574$$

Ticaret sektöründe çalışan çocuklara göre, sanayi sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{12}^{YS} + \lambda_{23}^{YS} - \lambda_{13}^{YS} - \lambda_{22}^{YS})$$
$$= \exp(0.3587 - 0.1017)$$
$$= \exp(0.257) = 1.29305$$

Hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, sanayi sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{12}^{YS} + \lambda_{24}^{YS} - \lambda_{14}^{YS} - \lambda_{22}^{YS})$$
$$= \exp(0.3587 = 1.43147$$

Hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, ticaret sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{13}^{YS} + \lambda_{24}^{YS} - \lambda_{14}^{YS} - \lambda_{23}^{YS})$$
$$= \exp(0.1017) = 1.10705$$

dir.

Cinsiyet ve sektör arasındaki ikili etkileşim sonuçları ise şu şekilde yorumlanabilir:

Kız çocuklarının, sanayi sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı erkeklere göre;

$$\exp(\lambda_{11}^{CS} + \lambda_{22}^{CS} - \lambda_{12}^{CS} - \lambda_{21}^{CS})$$
$$= \exp(1.0790 - 0.3684)$$
$$= \exp(0.7106) = 2.03521$$

Ticaret sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{11}^{CS} + \lambda_{23}^{CS} - \lambda_{13}^{CS} - \lambda_{21}^{CS})$$
$$= \exp(1.0790 + 0.5857)$$
$$= \exp(1.6647) = 5.28409$$

Hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, tarım sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{11}^{CS} + \lambda_{24}^{CS} - \lambda_{14}^{CS} - \lambda_{21}^{CS})$$
$$= \exp(1.0790) = 2.94174$$

Kız çocuklarının, ticaret sektöründe çalışan çocuklara göre, sanayi sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{12}^{CS} + \lambda_{23}^{CS} - \lambda_{13}^{CS} - \lambda_{22}^{CS})$$
$$= \exp(0.3684 + 0.5857)$$
$$= \exp(0.9541) = 2.59633$$

Hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, sanayi sektöründe çalışma olasılığı;

$$\exp(\lambda_{12}^{CS} + \lambda_{24}^{CS} - \lambda_{14}^{CS} - \lambda_{22}^{CS})$$
$$= \exp(0.3684) = 1.44542$$

Kız çocuklarının, hizmet sektöründe çalışan çocuklara göre, ticaret sektöründe çalışma olasılığı ise erkeklere göre;

$$\exp(\lambda_{13}^{CS} + \lambda_{24}^{CS} - \lambda_{14}^{CS} - \lambda_{23}^{CS})$$
$$= \exp(-0.5857) = 0.55671$$

dir. Elde edilen sonuçlar, tarım sektöründe çalışan kız çocuk sayısının diğer sektörlere göre fazla olduğunu göstermektedir. Odds oranlarının 1'den farklı olması da, yerleşim yeri ve sektör (Y×S) ile cinsiyet ve sektör (C×S) arasında ilişki olduğunun ifadesidir.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, çok boyutlu çapraz tabloların çözümlenmesinde logaritmik doğrusal modellerin kullanımı, 6-17 yaş çocuk işgücüne ilişkin yerleşim yeri, çalışılan sektör ve cinsiyet kategorik değişkenlerinden oluşan üç boyutlu kontenjans tablosu üzerinde incelenmiştir. Değişkenler arasındaki ilişkilerin anlamlılığının test edilmesinde G^2 olabilirlik oranı istatistiğinden yararlanılmış, verilere en uygun model belirlenerek model parametreleri ve standart normal sapmalar yardımıyla birlikteliklerin hücre frekansları üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Toplam etkinin test edilmesi sonucunda, tabloda yer alan 16 hücrenin eşit beklenen frekanslardan ayrılışlarının istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. Yerleşim yeri, cinsiyet ve sektör değişkenlerinden her birinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı, diğer bir deyişle temel (ana) etkilerin testi yapılmış ve istihdam edilen çocukların yerleşim yerleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunamazken, çocukların cinsiyetleri ve çalıştıkları sektörler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık belirlenmiştir.

İkinci dereceden etkileşim terimleri incelendiğinde, yerleşim yeri ve sektör (Y×S) değişkenleri ile cinsiyet ve sektör değişkenleri (C×S) arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Buna karşılık yerleşim yeri ve cinsiyet (Y×C) değişkenleri arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır.

Yapılan üçlü etkileşim testi sonucuna göre ise, yerleşim yeri, çalışılan sektör ve cinsiyet değişkenleri arasında üç yönlü (Y×S×C) etkileşim olmadığı görülmüştür. Aynı sonuç, üçüncü dereceden etkileşim terimlerinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığını belirten sıfır hipotezinin *"tests that K-way effects are zero"* tablosuna göre reddedilememesi (p = 0.8352) ile de desteklenmiştir. Ayrıca elde edilen sonuç, verilere en uygun logaritmik doğrusal modelin, üçüncü dereceden etkileşim terimlerini içermeyen doymamış bir model olduğunu da göstermiştir.

Etkiler ve etkileşimlerin anlamlılığının test edilmesinden sonra geriye doğru eleme yaklaşımı ile anlamlı bulunan etkiler ve etkileşimleri içeren en uygun model; ana etkileri ve yerleşim yeri ve sektör ile sektör ve cinsiyet arasındaki ikili etkileşimleri içeren doymamış model olarak belirlenmiştir. Modellerin hiyerarşik yapısı gereği daha önce kısmi ilişki testlerinde anlamlı bulunmayan yerleşim yeri (Y) ana etki parametresi, yerleşim yeri ve sektör değişkenleri arasında anlamlı ikili etkileşim olması nedeniyle modele dahil edilmiştir.

Modelin standart normal sapma değerleri incelenerek hücre frekansı üzerinde en önemli katkıyı tarım ve kent arasındaki etkileşimin sağladığı, aynı şekilde bunu tarım sektöründe çalışma ve istihdam edilen çocuğun cinsiyetinin kız olmasının izlediği görülmüştür. Bu sonuç, çocuk işgücüne ilişkin çalışmalardan elde edilen sonuçlarla da örtüşür niteliktedir. Kız çocuklarının büyük çoğunluğu tarım sektöründe istihdam edilirken, bu oran erkek çocuklar için daha düşüktür. Çocuk işgücünün bir boyutu da, kız ve erkek çocukları arasında var olan eşitsizliğin çocuk işgücüne de yansımasıdır. Geleneksel cinsiyete dayalı rol kalıpları gereği kız çocukları, ev işlerinin devamı niteliği taşıyan işlerde çalışırken erkek çocuklar meslek edindireceği düşünülen işlere yöneltilmektedir. Erkek çocuklar sanayi sektörünün bütün kollarında istihdam edilirken, kız çocuklar tarım sektörünün yanısıra çoğunlukla imalat sanayinin dokuma, biçki, dikiş, tütün, içki, ve gıda dallarında ve hizmet sektörünün çocuk bakıcığı, eğiticilik, temizlikçilik, yardımcılık, yemek gibi etkinlikler içeren alanlarında yetişkin kadın gücüyle birlikte istihdam edilmektedir.

Elde edilen doymamış modelin uygunluk test istatistikleri incelendiğinde, elde edilen 0.914 anlamlılık değeri, bu modelin anlamlılığının, doymuş modelle karşılaştırıldığında 0.914 olasılıkla red edilemeyeceğini göstermiştir.

Parametre tahminleri ve parametre tahminleri kullanılarak hesaplanan log-odds ve log-odds oranları incelendiğinde, tarım sektöründe çalışan kız çocuk sayısının diğer sektörlere göre fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca odds oranlarının 1'den farklı olması da, yerleşim yeri ve sektör değişkenleri (Y×S) ile cinsiyet ve sektör (C×S) değişkenleri arasındaki etkileşimin göstergesidir.

KAYNAKÇA

Acar, Fatma, (1999), "Çapraz Tabloların Çözümlenmesinde Logaritmik Doğrusal Modellerin Kullanımı" *IV. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu Bildirileri,* Antalya, ss.783-799.

Agresti, Alan, (2002), *Categorical Data Analysis,* Second Edition, John Wiley & Sons, New Jersey.

Agresti, Alan ve Anna Gottard, (2007), "Independence in Multi-Way Contingency Tables: S.N.Roy's Breakthroughs and Later Developments, *Journal Of Statistical Planning And Inference*, http://www.sciencedirect.com, ss.1-11.

Altaş, Dilek ve Esen Z. Yıldırım, (Haziran 2003), "Lisansüstü Eğitime Giriş Sınavı (LES) Sonuçlarının Üç Yönlü Çapraz Sınıflandırma Tablosu İle İncelenmesi", *Marmara Üniversitesi S.B.E. Öneri Dergisi,* C.5, S.20, ss.213-223.

"Analysis of Categorical Data:Log-linear Analysis", http://www.oxfordjournals.org/our_journals/tropej/online/ma_chap14.pdf, Erişim Tarihi: 10.06.2008.

Bayram, Nuran, (2000), "Kategorik Verilerin Log-Linear Modellerle Analizi", *Uludağ Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi,* C.19, S.1-2, ss.261-267.

Demirhan, Haydar ve Canan Hamurkaroğlu,(2005), "Logaritmik Doğrusal Modeller İçin Yeni Gösterimler", *VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu Bildirileri,* İstanbul, www.ekonometridernegi.org/bildiriler/o3s3.pdf, ss.1-11.

Everitt, Brian S ve Graham Dunn, (2001), *Applied Multivariate Data Analysis*, Second Edition, Arnold Publish, London.

Garson, G.David, (2007), "Log-Linear, Logit, and Probit Models", http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/logit.htm, Erişim Tarihi: 30.07.2008

Goodman, Leo A., (March 1970), "The Multivariate Analysis of Qualitatif Data: Interactions Among Multiple Classifications, *Journal of the American Statistical Association,* Vol.65, N.329, ss.226-256.

Goodman, Leo A., (December 1991), "Measures, Models, and Graphical Display in the Analysis of Cross-Classified Data", *Journal of the American Statistical Association,* Vol.86, N.416, ss. 1085-1111.

Hagenaars, Jacques A., (1993), *Loglinear Models with Latent Variables*, Sage Publications, Newbury Park.

Jeansonne, Angela, "Loglinear Models", http://online.sfsu.edu/~efc/classes/bio1710/loglinear/Log%20Linear%20Models.pdf, Erişim Tarihi: 25.03.2008.

Knoke, David ve Peter J. Burke, (1980), *Log-Linear Models*, Sage Publications, Newbury Park.

"Loglinear Analysis", http://www.richmond.edu/~pli/psy538/loglin02/definition.html

"Log-Linear Analysis for an A×B×C Contingency Table", (17.07.2007), http://faculty.vassar.edu/lowry/abc.html, Erişim Tarihi: 10.06.2008

"Log-linear Models for Three-way Tables", http://www.stat.psu.edu/online/development/stat504/05_loglin/10_loglin_intro.htm, Erişim Tarihi: 06.03.2008

"Loglinear Model Analysis in SAS and SPSS", http://www.uky.edu/ComputingCenter/SSTARS/www/documentation/LoglinearModelAnalysisinSASandSPSS.htm, Erişim Tarihi: 06.03.2008.

"Log-Linear Analysis of Frequency Tables", www.statsoft.com/textbook/stloglin.html, Erişim Tarihi: 06.03.2008.

McCutcheon, Allan L., (2002), *Applied Latent Class Analysis*, J.A.Hagenaars (Ed.), Cambridge University Pres, Cambridge.

"Multivariate Analysis: Sociology 203A Hierarchical Log-linear Models", http://faculty.ucr.edu/~hanneman/soc203a/loglin.html, Erişim Tarihi: 14.08.2008

Oğuzlar, Ayşe, (Ocak 2004), "Hiyerarşik Logaritmik Doğrusal Modeller Arasından En Uygun Modelin Seçimi", *Öneri Dergisi*, C.6, S.21, ss.235-245.

O'Leary, Carole vd., "Multiway Frequency Analysis", http://psych.sci.usq.edu.au/Teaching/Honours/Documents/MFA.pdf, Erişim Tarihi: 24.07.2008.

Olmuş, Hülya, (Kasım 2006), "Çok Yönlü Frekans Tablolarının Analizi Üzerine Bir Çalışma", *itüdergisi/c fen bilimleri*, C.4, S.1, ss.17-27.

"Open and Distance Learning (ODL)", http://www.mathpsyc.uni-bonn.de/doc/cristant/node34.html, Erişim Tarihi: 30.07.2008.

Özdamar, Kazım, (1999), *Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi-1*, Kaan Kitabevi, Eskişehir.

"Tests of Independence Using Multiway Contingency Tables in SPSS", http://www.utexas.edu/cc/docs/stat59.html, Erişim Tarihi: 21.12.2007

Türkiye İstatistik Kurumu, http://www.tuik.gov.tr

Uygun, Hamza, (1989), "Log-Linear Modeller Sosyal Araştırmalarda Kullanılan Yeni Çözümleme Tekniği", *Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, C.7, S. 1-2, ss.241-256.

Uygun, Hamza, (1990), "Çapraz Tabloların Çözümlenmesi Ve Log-Linear Modeller", *Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, C.8, S. 1, ss.299-308.

Vokey, John R., (2002), "Multiway Frequency Analysis for Experimental Psychologists", *Canadian Journal of Experimental Psychology*, XXX, xxx-yyy, special issue, http://people.uleth.ca/~vokey/pdf/vokeydoc.pdf, Erişim Tarihi: 14.08.2008.